



На правах рукописи

Космачев Олег Александрович

**СПИНОВЫЕ НЕМАТИКИ И
СИЛЬНОАНИЗОТРОПНЫЕ МАГНЕТИКИ**

Специальность 01.04.07 – физика конденсированного состояния

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

СИМФЕРОПОЛЬ – 2020

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Физико-технического института
Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»

Научный консультант: **Фридман Юрий Анатольевич**
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики Физико-технического института, Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь

Официальные оппоненты: **Бычков Игорь Валерьевич**
доктор физико-математических наук, профессор, проректор по научной работе, Челябинский государственный университет

Белотелов Владимир Игоревич
доктор физико-математических наук, профессор РАН, доцент физического факультета МГУ им. Ломоносова, руководитель научной группы в Российском квантовом центре

Вальков Валерий Владимирович
доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Института физики им. Л.В. Киренского СО РАН, Красноярск

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный университет», Уфа

Защита состоится « 2 » октября 2020 г. в 15:00 на заседании специализированного ученого совета Д 900.006.12 на базе Федерального автономного образовательного учреждения высшего образования «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» по адресу: 295007, Республика Крым, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» по адресу: 295007, Республика Крым, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, 4, корпус А, или на сайте <http://science.cfuv.ru/gosudarstvennaya-nauchnaya-attestaciya/dissertacionnye-sovety/dissertacionnye-raboty-sovety-d-900-006-12>

Телефон ученого секретаря +7 (978) 772-19-86

Автореферат разослан «___» _____ 20__ г.

Ученый секретарь
специализированного ученого совета
Д 900.006.12 к. ф.-м. н.



Б.П. Лапин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. На протяжении последних нескольких десятков лет наблюдается устойчивый интерес к изучению новых фазовых состояний спиновых магнетиков, возникающих благодаря учету высших по спинам обменных слагаемых. Для них установлена возможность реализации не только фаз с магнитным порядком с отличным от нуля средним значением спина, но и устойчивых состояний с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, характеризующимися мультипольными параметрами порядка. Состояние спинового нематика может возникать из-за корреляции спинов на различных узлах, такой, что симметрия относительно отражения времени для всей системы не нарушена. Вероятно, такие состояния обнаружены для низкоразмерного магнетика LiCuVO_4 . Не менее интересна возможность реализации нематических состояний за счет существования спиновых мультипольных параметров порядка, в которые входят произведения средних значений проекций оператора спина на одном и том же узле.

В настоящее время появился дополнительный интерес к исследованию простейшей модели спинового нематика, связанный с изучением нейтральных ультрахолодных газов атомов щелочных металлов, в частности, конденсацией Бозе-Эйнштейна для таких газов с целым значением спина. Поэтому нематические состояния достаточно широко изучены, для них исследованы процессы взаимодействия элементарных возбуждений и процессы релаксации, найдены нелинейные возбуждения – солитоны.

Вопрос о существовании нематических состояний в системах со спинами $S > 1$ является более сложным, хотя и он изучается достаточно давно. Наиболее интересной особенностью таких систем является возможность появления нетривиальных корреляторов от нечетного числа спинов, которые не инвариантны относительно отражения времени даже при $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$. Не менее интересна возможность существования спиновых нематических состояний для систем с полуцелым спином, например $S = 3/2$. Такие состояния изучены хуже, хотя этот вопрос имеет важное значение для исследования физических свойств ультрахолодных ферми-газов, примером которых являются газы ^{132}Cs , ^9Be , ^{135}Ba со спином $S = 3/2$ в оптических решетках.

В магнитоупорядоченных веществах на формирование спектральных и термодинамических свойств существенное влияние оказывает магнитная анизотропия. Одним из основных микроскопических источников анизотропии является одноионная анизотропия, связанная со спин-орбитальным взаимодействием. Хорошо известно, что энергия одноионной анизотропии в соединениях редкоземельных элементов может быть сравнима с энергией обменного взаимодействия. Это приводит к тому, что в ряде случаев в магнетиках отсутствует ферромагнитное упорядочение даже при очень низких температурах.

Наряду с исследованием влияния одноионной анизотропии на свойства изотропных спиновых систем, представляет интерес исследование обменно-анизотропных магнетиков. Одна из простых моделей, содержащая в гамильтониане тензорные взаимо-

действия – это обобщение модели Изинга с учетом биквадратичного взаимодействия – т.н. модель Блюма-Эмери-Гриффитса. Эта модель была предложена для описания термодинамических свойств смеси Ne(III) и Ne(IV) в окрестности критической точки. Изучение обобщенной модели Блюма-Эмери-Гриффитса показало, что обменная анизотропия оказывает существенное влияние на динамику системы, а также формирование специфических фазовых состояний.

В последнее время, повышенный интерес вызывают исследования магнитных материалов, в которых имеет место конкуренция обменного взаимодействия и одноионной анизотропии. Это связано с поиском новых квантовых состояний (например «сверхтвердая» фаза), существование которых было доказано теоретически для бозе-газов, и которые могут реализоваться в магнетиках. К такого рода системам относится низкоразмерный гейзенберговский антиферромагнетик со спином единица, обладающий одноионной анизотропией. Еще одним перспективным кандидатом на обнаружение сверхтвердой магнитной фазы являются фрустрированные магнетики.

Недавно для ферримагнетиков (конкретно, сплава редкоземельных и переходных металлов GdFeCo) был обнаружен сверхбыстрый (за время порядка нескольких пикосекунд) переворот намагниченностей подрешеток под действием лазерного импульса с длительностью меньше 100 фемтосекунд. К настоящему моменту обнаружено два типа быстрой эволюции спинов: обменно-релятивистская для антиферромагнетиков и продольная для ферромагнетиков и ферритов. При этом продольные высокочастотные колебания спина с частотой, определяющейся обменным интегралом, возможны в негейзенберговских магнетиках с сильным квантовым сокращением спина.

Таким образом, тема диссертационного является актуальной и напрямую связана с исследованием новых квантовых состояний в магнитоупорядоченных системах и может иметь серьезное практическое применение в микроэлектронике.

Цель диссертационной работы – теоретическое исследование статических и динамических свойств негейзенберговских магнетиков: изотропных и анизотропных с различным видом магнитной анизотропии.

Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

1. Исследовать особенности устойчивости сверхтвердого магнитного состояния в фрустрированном изингоподобном антиферромагнетике со спином $S=1$ и учетом большой одноионной анизотропии типа легкой плоскости во внешнем поле.

2. Исследовать модель двухподрешеточного коллинеарного магнетика с неэквивалентными магнитными моментами подрешеток, при конечных температурах с учетом эффекта квантового сокращения спина.

3. Изучить фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений изотропного негейзенберговского магнетика с $S=1$ при различных соотношениях обменных интегралов.

4. Провести исследование статических и динамических свойства магнетика со спином $S=3/2$ и негейзенберговским изотропным взаимодействием с учетом всех спиновых инвариантов.

5. Изучить топологически устойчивые двумерные солитоны - вихри для состояния спинового нематика; на примере моделей со спином $S = 1$ и $S = 3/2$ выяснить общие закономерности их структуры и динамики.

6. Рассмотреть эффекты связанные с влиянием анизотропии гейзенберговского и биквадратичного обменных взаимодействий на статику и динамику одно и двухподрешеточного негейзенберговского магнетика со спином $S=1$.

7. Исследовать влияние межсионной и односионной анизотропий на фазовые переходы ферромагнетика со спином $S=1$ по материальным параметрам системы и температуре.

8. Изучить фазовые состояния и их устойчивость относительно произвольных возбуждения для модели изотропного магнетика со спином $S=2$ в приближении среднего поля с взаимодействием ближайших соседей на решетке, допускающей разбиение на две подрешетки.

Научная новизна. Все результаты, полученные в диссертационной работе, являются решением оригинальных научных задач, которые были впервые сформулированы и решены в настоящей работе, а именно:

1. Исследованы особенности реализации сверхтвёрдого магнитного состояния во фрустрированном изингоподобном антиферромагнетике со спином $S=1$ и учетом большой односионной анизотропией типа легкой плоскости во внешнем поле. Впервые показана возможность реализации «сверхтвёрдой» магнитной фазы в «продольном» внешнем поле. Определено, что «сверхтвёрдая» магнитная фаза является неустойчивой в исследованной модели в «поперечном» внешнем поле.

2. Выяснена роль квантовых эффектов в простейшей модели анизотропного ферромагнетика при температуре отличной от нуля. Показано, что даже малая односионной анизотропией (значительно меньшая внутривидрешеточного и межвидрешеточного обменного взаимодействия) при высоких температурах приводит к сокращению среднего значения спина ионов анизотропной подрешетки. Также показано, что эффект квантового сокращения спина оказывает существенное влияние не только на статические, но и динамические свойства ферромагнетика.

3. Исследованы все фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений негейзенберговского магнетика с $S=1$ при различных соотношениях обменных интегралов. Проведенный анализ показал, что в рассматриваемой системе возможна реализация четырех фазовых состояний. Впервые в результате исследования динамики системы показано, что фазовый переход ферромагнитная фаза – ортогональный нематик и антиферромагнитная фаза - ортогональный нематик являются вырожденными переходом первого рода.

4. Впервые полностью изучены свойства магнетика со спином $S=3/2$ и негеизенберговским изотропным взаимодействием с учетом всех спиновых инвариантов. Показано, что при различных соотношениях материальных констант в исследованной системе будут устойчивыми четыре фазовых состояния: ферро- и антиферромагнитная фазы с максимальным значением среднего спина, и состояния с тензорными параметрами порядка – нематическая и антинематическая фазы.

5. Впервые показано, что для магнетиков со спином $S=1$ и $S=3/2$, в которых реализуется состояние спинового нематика, существуют двумерные топологические солитоны – вихри. Обнаружены несколько типов таких вихрей, с сингулярностью в центре и с несингулярным ядром, в котором разрушен нематический порядок. Ядро характеризуется восстановлением магнитного порядка, который может быть ферромагнитным или антиферромагнитным.

6. Исследована модель негеизенберговского ферромагнетика со сложной анизотропией обменных взаимодействий. Учет анизотропных обменных взаимодействий приводит к снятию вырождения по направлению вектора магнитного момента в ферромагнитной фазе и вектора-директора в нематическом состоянии. Показано, что учет анизотропного биквадратичного обменного взаимодействия более сложного вида приводит к реализации угловых ферромагнитной и нематической фаз.

7. Впервые изучены свойства двухподрешеточного негеизенберговского магнетика со сложной анизотропией обменных взаимодействий. Анализ динамических и статических свойств системы в случае реализации только тензорных фаз показал, что фазовые переходы по тензорному параметру порядка по характеру близки к ориентационным фазовым переходам. Также показано, что фазовые переходы сопровождающиеся изменением модуля намагниченности могут быть как первого так и второго рода.

8. Впервые проведен полный анализ фазовых состояний и спектров элементарных возбуждений негеизенберговского изотропного магнетика с значением спина $S=2$, с возможностью разбиения на две подрешетки. Этот анализ позволяет утверждать, что учет высших спиновых инвариантов является существенным, и приводит к возникновению магнитоупорядоченных состояний с более сложной структурой, нежели ферро- или антиферромагнитная.

9. Определены конфигурации всех нематических состояний, как в случае одноподрешеточного магнетика, так и в случае разбиения магнетика на две подрешетки. Кроме того, исследованы фазы характеризуется высшими мультипольными моментами: тетраэдрическая и анти тетраэдрическая фазы. Определено, что такие состояния характеризуются значением псевдоспина, параметром порядка, который при преобразовании времени $t \rightarrow -t$ поворачивается как вектор истинного спина.

10. В результате анализа свободной энергии было впервые установлено, что в магнетике с $S=2$ могут реализовываться двухподрешеточные структуры с неэквивалентными подрешетками. Эти фазы характеризуются насыщенным значением среднего

спина одной из подрешеток и ненасыщенностью среднего спина второй подрешетки. Причем, направления магнитных моментов подрешеток либо коллинеарны, либо антиколлинеарны.

Научная и практическая значимость результатов работы. В данной работе исследованы свойства различных магнитоупорядоченных систем, изучение которых на сегодняшний день является актуальным в связи с получением систем, в которых могут существовать разнообразные типы фазовых упорядочений: «сверхтвердая» фаза, магнитные плато, спиновая жидкость и т.п. Некоторые результаты, полученные в настоящей работе, качественно согласуются с недавними экспериментальными наблюдениями и могут использоваться для объяснения экспериментальных результатов. Исследование эффектов квантового сокращения спина в ферримагнетиках при температурах отличных от нуля является актуальным в связи с обнаружением в ферримагнитном сплаве переходных и редкоземельного металлов $GdFeCo$ сверхбыстрый переворот магнитных моментов подрешеток при воздействии импульса лазера длительностью порядка нескольких десятков фемтосекунд. Интерес к исследованию свойств изотропных негейзенберговских магнетиков с различным значением спина магнитного иона связан с появлением целого ряда экспериментальных и теоретических работ по исследованию ультрахолодных атомных газов с целым и полуцелым значением спина, и получением Бозе-Эйнштейновского конденсата для газов щелочных металлов в оптических ловушках.

Методология и методы исследования. В теоретическом исследовании использовался метод унитарных преобразований и диаграммная техника для операторов Хаббарда, которые позволяют адекватно описывать систему с многокомпонентным параметром порядка, в частности, когда средние значения спина на узле не сохраняется. Применение диаграммной техники для операторов Хаббарда позволило разработать регулярную процедуру вычисления термодинамических и спектральных свойств одно- и двухподрешеточных магнетиков с произвольным видом релятивистских взаимодействий. Системы с парным взаимодействием в представлении хаббардовских операторов имеют одну и тот же вид, что целесообразно при развитии общего подхода. Практически все результаты исследования являются решениями, полученными в аналитическом виде, и можно провести сравнение с известными результатами разных авторов, полученными, как в результате экспериментальных исследований, так численного анализа. В части исследований использовались несложные численные расчеты и простой численный анализ найденных аналитических результатов.

Положения, выносимые на защиту:

- Особенности образования «сверхтвердого» магнитного состояния во фрустрированном изингоподобном антиферромагнетике со спином $S=1$ и учетом большой одноионной анизотропией типа легкой плоскости во внешнем поле.

- Влияние большой одноионной анизотропии в области высоких температур, приводящий к существенной редукации спина анизотропной подрешетки.
- Фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений негейзенберговского магнетика с $S=1$ при различных соотношениях обменных интегралов.
- Особенности формирования фазовых состояний негейзенберговского магнетика со спином $S=3/2$ и изотропным взаимодействием с учетом всех спиновых инвариантов.
- Существование двумерных топологических солитонов в магнетиках со спином $S=1$ и $S=3/2$, которые реализуются в состоянии спинового немагнетика.
- Эффекты, связанные с анизотропией биквадратичного обменного взаимодействия ферромагнетика со спином $S=1$.
- Свойства двухподрешеточного негейзенберговского магнетика со сложной анизотропией обменных взаимодействий.
- Возможность ориентационных фазовых переходов между фазами характеризующимися только тензорными параметрами порядка.
- Влияние симметрии граничащих фаз на тип фазового перехода, сопровождающиеся изменением модуля намагниченности для модели негейзенберговского магнетика со сложной анизотропией обменных взаимодействий.
- Свойства магнитоупорядоченных состояний с более сложной структурой, нежели ферро- или антиферромагнитная в негейзенберговском изотропном магнетике со спином $S=2$, с возможностью разбиения на две подрешетки.
- Возможность реализации двухподрешеточных структур с некомпенсированными средними значениями спинового момента подрешеток в магнетике со спином $S=2$.

Степень достоверности и апробация результатов диссертации. Достоверность полученных в диссертации теоретических результатов обусловлена корректным применением проверенных математических методов и использованием достоверных физических принципов в качестве основы для исследований. Верификация результатов, полученных в работе, проводилась серией предельных переходов к известным ранее результатам. Результаты, представленные в диссертационной работе, прошли апробацию на 16-ти международных научных конференциях среди широкого круга ученых, специалистов по вопросам физики магнитных явлений и физики конденсированного состояния. Результаты работы докладывались на следующих конференциях:

Euro-Asian symposium "Trends in magnetism", Krasnoyarsk, Russia, 2004; XIX международная школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники», Москва, Россия, 2004; Statistical Physics 2005: Modern Problem and New Applications. Annual Conference in Ukraine, Lviv, Ukraine, 2005; XX международная школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники» (НМММ-20), Москва, Россия, 2006; "Statistical Physics 2006. Condensed Matter Physics: Theory and Applications" (СМРТ 2006), Kharkov, Ukraine, 2006; International Conference on the Functional Materials, Partenit, Crimea, Ukraine, 2007; Statistical Physics: Modern Trends and Applications, Lviv, Ukraine, 2009; In-

ternational Conference «Functional Materials» (ICFM 2009), Partenit, Crimea, Ukraine, 2009; Сборник трудов XXI Международной конференции НМММ, Москва, Россия, 2009; International Conference «Functional Materials», (ICFM -2011), Partenit, Crimea, Ukraine, 2011; International Conference «Functional Materials», (ICFM-2013), Gaspra, Crimea, Ukraine, 2013; «Spin Waves 2015» International Symposium, Ioffe Physical-Technical Institute Saint Petersburg, Russia, 2015; Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, 2018; Международная зимняя школа физиков-теоретиков «Коуровка-XXXVII», 2018.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 20 статьях в рецензируемых научных журналах [1-20] и в виде тезисов [21-38].

Связь работы с научными программами, планами, темами.

Исследования, составляющие содержание диссертации, выполнялись в рамках конкурсных тем Министерства образования и науки Украины:

- Проект Т. 235/03 «Дальний магнитный порядок и фазовые состояния в двух- и трехмерных негејзенберговских магнетиках» – 2003-2005 гг.
- Проект Т. 250/06 «Исследование влияния релятивистских взаимодействий на свойства магнетиков и магнитных полупроводников» – 2006-2009 гг.
- Проект Т. 269/09 «Переориентационные фазовые переходы и фазовые состояния двумерных и квазидвумерных гејзенберговских и негејзенберговских магнетиков» – 2009-2011 гг.

Часть исследований была выполнена в рамках проекта поддержки молодых ученых Украины – грант Автономной Республики Крым «Влияние сложной одноионной анизотропии на фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений магнитоупорядоченных систем» – 2012 г.

Работа выполнена в рамках следующих программ и грантов Российской Федерации:

- проект РФФИ № 14-42-01527 «Динамика и статика изотропных и анизотропных негејзенберговских магнетиков» – 2014 г.
- проект РФФИ № 15-42-01007 «Сверхтвердое магнитное состояние в 2D негејзенберговских антиферромагнетиках с $S=1$ » – 2015 г.
- проект РФФИ № 16-02-00069 «Линейная и нелинейная динамика негејзенберговских магнетиков» – 2016-2018 гг.
- проект РФФИ № 16-42-910441 «Фазовые состояния анизотропных двухподрешеточных негејзенберговских магнетиков» – 2016 г.
- проект РФФИ № 17-42-92007 «Фазовые состояния негејзенберговских многоподрешеточных магнетиков» – 2017 г.

Личный вклад автора. Основные результаты исследований по материалам диссертационной работы в 20 научных статьях, в которых соискатель брал непосредственное участие на всех этапах проведения исследований: постановке задач, разработке ме-

тодов расчета, проведения расчетов и написания статей. Большинство аналитических расчетов было получено лично соискателем.

В работах по исследованию сверхтвердой магнитной фазы в изингоподобном антиферромагнетике с большой одноионной анизотропией [11-13,20] автор участвовал в постановке задачи и выполнил часть аналитических расчетов.

В работах по исследованию свойств анизотропного ферромагнетика [14-16] соискатель участвовал в постановке задачи, выполнил аналитические расчеты, связанные с получением и исследованием спектров элементарных возбуждений.

В работах по исследованию негейзенберговских магнетиков со спином $S=1$ и $S=3/2$ [1,2,4,18,19] автор участвовал в постановке задачи и выполнил аналитические расчеты, связанные с получением и исследованием спектров элементарных возбуждений.

В работах по исследованию свойств негейзенберговского магнетика с обменной и одноионной анизотропией [6-10,17] автором была сформулирована постановка задачи, предложена теоретическая модель и выполнена часть аналитических расчетов.

В работах по исследованию негейзенберговском магнетике с $S=2$ [3,5] автором была предложена теоретическая модель задачи и выполнена часть аналитических расчетов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 разделов, выводов и списка использованных источников из 299 наименований. Общий объем диссертации составляет 351 страниц текста с 62 рисунками.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении проводится анализ новизны и актуальности темы диссертации на сегодняшний день, а также анализ литературных источников по теме диссертации; формулируются цели и ставятся задачи исследований.

В **первом разделе** рассматривается вопрос о возможности реализации сверхтвердой магнитной фазы в антиферромагнетике с $S=1$ и большой одноионной анизотропией. Исследуется двухподрешеточный легкоплоскостной антиферромагнетик с эквивалентными подрешетками во внешнем «продольном» поле. Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{n_i, m_j} J_{n_i m_j} \vec{S}_{n_i} \vec{S}_{m_j} + \frac{1}{2} \sum_{n_i, m_j} J_{n_i m_j}^{zz} S_{n_i}^z S_{m_j}^z + D \sum_{n_i} (S_{n_i}^z)^2 - H \sum_{n_i} S_{n_i}^z, \quad (1)$$

где $i, j = 1, 2$ – номера магнитных подрешеток; n, m – номер узла, задающий позицию спинов в подрешетках; $J_{n_1 m_1} = J_{n_2 m_2} = J < 0$ – обменные интегралы в подрешетках, $J_{n_1 n_2} = J^{(12)} > 0$ – межподрешеточный обмен, $J_{n_1 m_1}^{zz} = J_{n_2 m_2}^{zz} = \tilde{J} < 0$ – анизотропный обмен в подрешетках, $J_{n_1 n_2}^{zz} = \tilde{J}^{(12)} > 0$ – межподрешеточный анизотропный обмен; $D > 0$ – константа одноионной анизотропии типа «легкая плоскость»; кроме то-

го $D \gg J, J^{(12)}, \tilde{J}, \tilde{J}^{(12)}$. Исследование системы проводится при низких температурах ($T \ll T_N$). Величина магнитного поля такова, что магнетик находится в неколлинеарном состоянии, т.е. магнитные моменты подрешеток образуют угол с осью OZ.

Анализ плотности свободной энергии показывает, что в зависимости от соотношения материальных констант H , D и J в системе могут реализовываться различные фазовые состояния. Так, в области больших полей ($H > D > J$) антиферромагнетик находится в ферромагнитной (ФМ) фазе, в которой намагниченности подрешеток направлены вдоль внешнего магнитного поля и достигают своего максимального значения, т.е. $\theta_i = 0$, а $\langle S_i^z \rangle = 1$. В области малых полей ($H < D$) система ведет себя принципиально иначе: при таких полях углы поворота подрешеток становятся равными $\pm\pi/2$. Но это состояние не является антиферромагнитным, поскольку при больших значениях константы одноионной анизотропии ($D > J$) в системе становится существенным эффект квантового сокращения спина. В результате, при малых полях намагниченность подрешеток (на один узел) становится равной нулю $\langle S_i^z \rangle = 0$ и магнетик находится в квадрупольной фазе. При промежуточных значениях поля реализуется неколлинеарная фаза, в которой намагниченности подрешеток изменяются по модулю и направлению при изменении внешнего магнитного поля. В этой фазе намагниченности подрешеток лежат в интервале $0 < \langle S_i^z \rangle < 1$, а квадрупольный параметр меняется в пределах $-2 < q_2^0 < 1$. По сути, эта фаза является магнитным аналогом сверхтвердой (СТ) фазы.

Исследование плотности свободной энергии в СТ фазе в окрестности ФМ и КУ фаз, а также изучение поведения спектров возбуждений в ФМ и КУ фазах показало, что переход СТ – ФМ фаза является переходом первого рода, а поля \tilde{H}_{c1} и H_{c1}

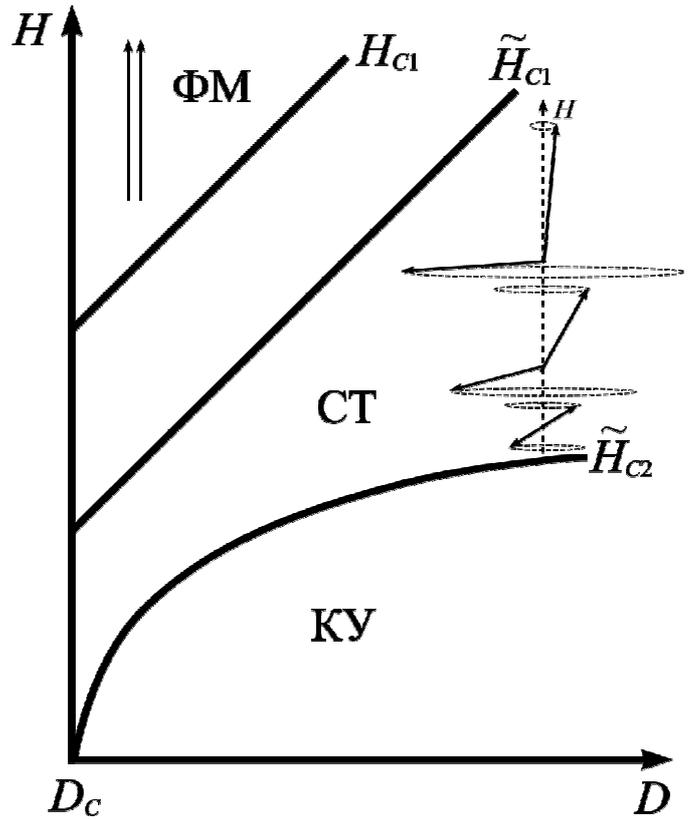


Рис. 1. Фазовая диаграмма сильно анизотропного легкоплоскостного антиферромагнетика в продольном магнитном поле.

(рис.1) являются полями устойчивости ФМ и СТ фаз, соответственно; фазовый переход СТ – КУ фаза является переходом второго рода. Подчеркнем, что в области существования СТ фазы в зависимости от величины внешнего поля ($H_{c1} < H < \tilde{H}_{c2}$) изменяется как направление векторов намагниченности подрешеток, так и их модуль.

В случае «поперечного» поля при достаточно больших полях векторы намагниченности подрешеток параллельны внешнему полю, но их модуль не достигает насыщения. Такое фазовое состояние назовем коллинеарной квадрупольно-ферромагнитной (ККФМ) фазой.

Если магнитное поле становится меньше критического поля H_{c2} , очевидно, что векторы намагниченности подрешеток не будут коллинеарными направлению внешнего магнитного поля (ось OX), а будут составлять некоторый угол θ ($-\theta$) с направлением внешнего магнитного поля. Это состояние является спин-флоп (СФ) фазой. Т.е., в случае поперечной ориентации внешнего магнитного поля, вместо сверхтвердой магнитной фазы реализуется спин-флоп фаза.

Исследование возможности реализации сверхтвердой магнитной фазы в легкоплоскостном изингоподобном антиферромагнетике в продольном поле позволило установить ряд интересных особенностей в отличие от предыдущей модели. Из выражения для углов ориентации намагниченностей в подрешетках в СТ фазе

$$\cos \vartheta_1 = (2H - \tilde{J}_0 \sigma) \sigma / \left[2D \left(1 - \sqrt{1 - \sigma^2} \right) - 4|J_0| \sigma^2 \right], \vartheta_2 = 0 \quad (2)$$

видно, что намагниченность одной из подрешеток всегда ориентирована по направлению внешнего поля. Исследование статических и динамических свойств модели показало, что фазовые переходы из СТ фазы в ФМ или КУ фазы являются фазовыми переходами первого рода.

В результате исследования плотности свободной энергии легкоплоскостного изингоподобного антиферромагнетика в поперечном поле найдены выражения для равновесных углов ориентации намагниченности в подрешетках:

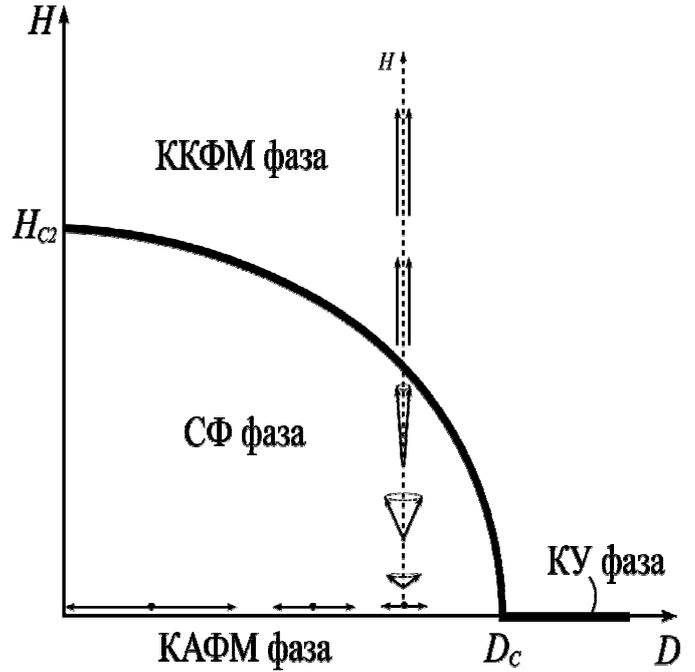


Рис. 2. Фазовая диаграмма сильно анизотропного легкоплоскостного антиферромагнетика в поперечном магнитном поле.

$$\cos \varphi_{1,2} = \pm \frac{1}{H} \left(\frac{D}{4} - \sqrt{\left(\frac{D}{4}\right)^2 + H^2} \right). \quad (3)$$

Таким образом, в изинговском антиферромагнетике с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией промежуточное состояние в поперечном магнитном поле является не СТ фазой, как в случае продольного магнитного поля, а спин-флоп СФ фазой.

В заключении первого раздела исследованы фазовые состояния и спектры элементарных возбуждений ультратонкой сильно анизотропной пленки со спином единица и фрустрированным изингоподобным обменным взаимодействием в продольном внешнем поле.

Решение дисперсионного уравнения для ферромагнитной фазы позволяет найти спектр элементарных возбуждений, который в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\varepsilon^2(k) = \left(H - D + J_0 - A_0 - \frac{\tilde{J}_0}{2} - \frac{2}{3} \tilde{A}_0 \right)^2 + \left(H - D + J_0 - A_0 - \frac{\tilde{J}_0}{2} - \frac{2}{3} \tilde{A}_0 \right) (\Omega_0 + \tilde{\Omega}_0) k \quad (4)$$

A_0 и Ω_0 – параметры магнитодипольного взаимодействия.

Прежде всего отметим, что в спектре (4) имеется корневая зависимость от волнового вектора, обусловленная учетом магнитодипольного взаимодействия. Такая зависимость приводит к сходимости интеграла флуктуаций, а, следовательно, и к стабилизации дальнего магнитного порядка в двумерной системе. Очевидно, спектр (4) становится бездисперсионным, если пренебречь магнитодипольным взаимодействием, что характерно для систем, в которых учитывается только изингоподобное обменное взаимодействие.

Дальнейшее исследование данной модели позволило найти

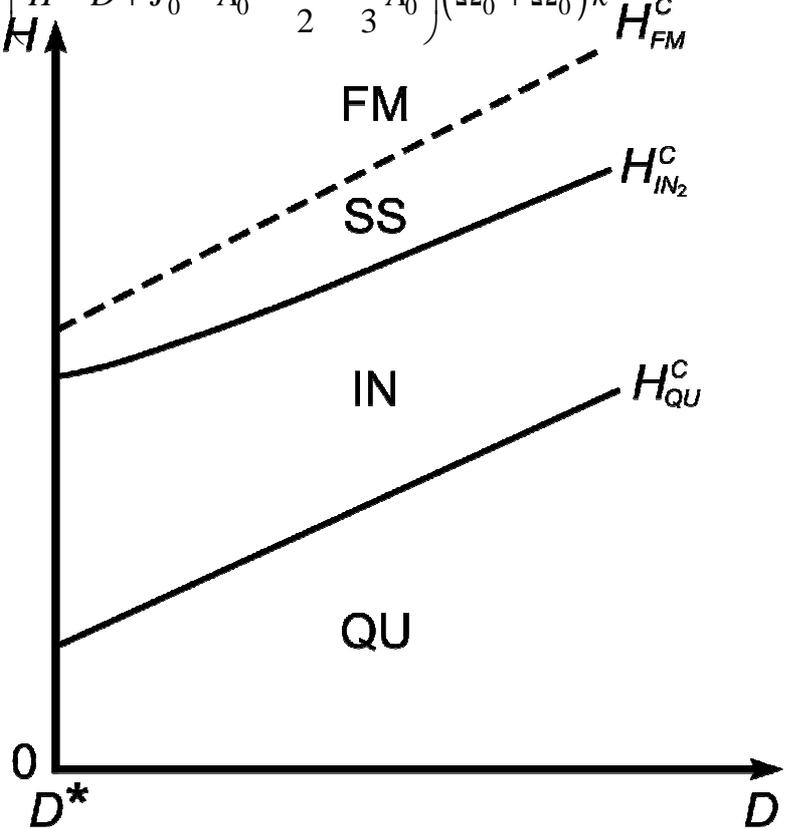


Рис. 3. – ферромагнитное состояние, QU – квадрупольная фаза, SS – сверхтвердая магнитная фаза, IN – пространственно-неоднородное состояние. Сплошные линии обозначают фазовые переходы первого рода, пунктирные – фазовый переход второго рода.

условия реализации квадрупольной и сверхтвердой фаз. Кроме того при определенных значениях внешнего поля реализуется пространственно-неоднородная фаза с периодом неоднородности $1/k^*$

$$k_i^* = \frac{\left[H - D + J_0 - (-1)^i \frac{\tilde{J}_0}{2} - A_0 - \frac{7}{12} \tilde{A}_0 \right] (\tilde{\Omega}_0 \cos 2\psi - \Omega_0)}{\left(\tilde{J}_0 + (-1)^i J_0 \right) \sin^2 \theta_i + \frac{3(\Omega_0 - \tilde{\Omega}_0 \cos 2\psi)^2 + (\Omega_0^2 - \tilde{\Omega}_0^2) \sin^2 2\psi}{4 \left(H - D + J_0 + \frac{\tilde{J}_0}{2} - A_0 - \frac{7}{12} \tilde{A}_0 \right)}} \quad (5)$$

Во **втором разделе** изучается роль квантовых эффектов анизотропного ферромагнетика и легкоплоскостного ферромагнетика со спином $S=1$ при температуре отличной от нуля. Исследуется двухподрешеточный коллинеарный магнетик с некомпенсированными магнитными моментами подрешеток: спин магнитного иона одной подрешетки $S_1 = 1$, а другой – $s_2=1/2$. Кроме того, первая подрешетка является анизотропной с одноионной анизотропией типа „легкая плоскость“. Анализ зависимости намагниченности подрешеток (при низких температурах) от соотношений материальных констант показал, что в случае, когда константа одноионной анизотропии β превосходит значения констант обменных взаимодействий $J_0^{(1)}, |J_0^{(12)}|$

$$\langle S_1 \rangle \approx \left| J_0^{(12)} \right| / 2 \left(\beta - J_0^{(1)} \right). \quad (6)$$

Это означает, что при $\beta \gg J_0^{(1)}, |J_0^{(12)}|$ намагниченность первой подрешетки становится существенно меньше максимально возможного значения, т. е. происходит квантовое сокращение спина.

В случае, когда магнитный момент первой подрешетки (на один узел) становится равным намагниченности второй подрешетки, т. е. $1/2$

$$\langle S_1 \rangle \approx \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta, \quad \Delta \approx \frac{\beta - \sqrt{3} \left(J_0^{(1)} + |J_0^{(12)}| \right)}{2J_0^{(1)} - |J_0^{(12)}| + \sqrt{3}\beta} \quad (7)$$

Намагниченность первой подрешетки совпадает с намагниченностью второй подрешетки при $\Delta=0$, т. е. при

$$\beta = \sqrt{3} \left(J_0^{(1)} + |J_0^{(12)}| \right) \quad (8)$$

суммарная намагниченность рассматриваемого ферромагнетика становится равной нулю. Таким образом, анизотропный ферромагнетик находится в точке компенсации.

Следующей задачей данного раздела является исследование роли квантовых эффектов анизотропного ферримагнетика исследованного выше, допускающего сокращение спина при ненулевых температурах. В интересующем нас случае, когда константа одноионной анизотропии мала ($\beta < J_0^{(2)}, |J_0^{(12)}|$), для ферримагнетика ее вклад в поведение намагниченности первой подрешетки минимален.

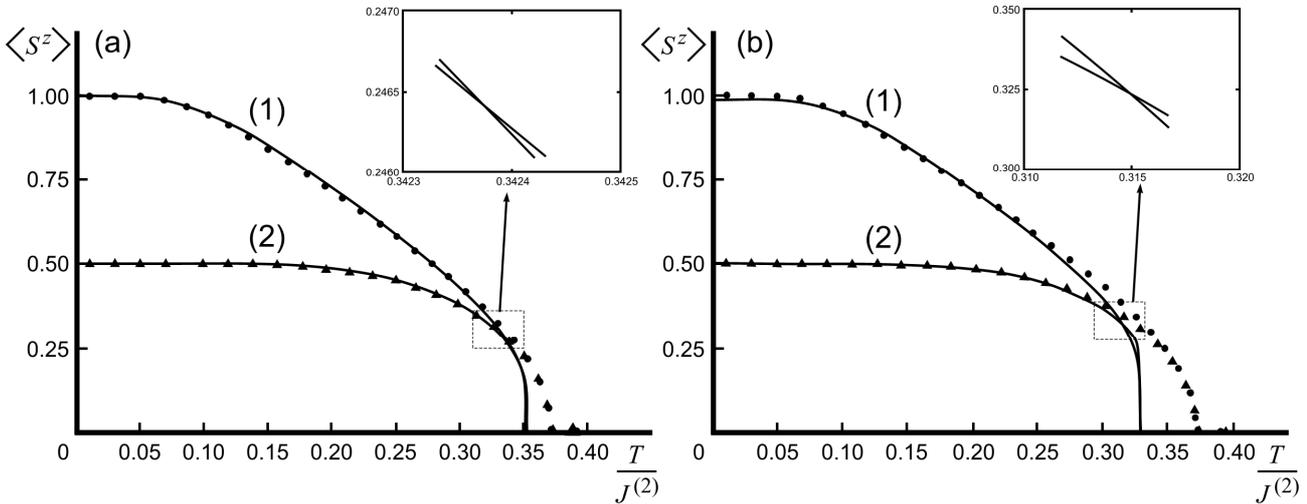


Рис. 4(a,b). Температурная зависимость намагниченностей подрешеток анизотропного ферримагнетика. Линии 1 и 2 описывают поведение намагниченностей подрешеток анизотропного ферримагнетика при $\beta/J^{(2)} = 0.05$ (a) и $\beta/J^{(2)} = 0.1$ (b). Точки и треугольники описывают поведение намагниченностей подрешеток изотропного ферримагнетика ($\beta = 0$) (первой и второй подрешеток, соответственно). На вставках показаны детали поведения намагниченностей подрешеток вблизи температуры компенсации.

Для феррита такое же поведение наблюдается при низких температурах. Анализ приведенных выше формул показывает, что при $T \rightarrow 0$ величина $\cos 2\alpha \rightarrow 1$, а средний магнитный момент первой под решетки практически равен 1. Однако, с ростом температуры ситуация меняется, поскольку, константа одноионной анизотропии начинает «конкурировать» не с обменными интегралами, а со средним полем \bar{H}_1 , которое, в свою очередь, является функцией температуры. При некоторых температурах константа анизотропии может сравниться, или даже превзойти поле \bar{H}_1 , т. е. мы переходим к случаю «эффективно» большой

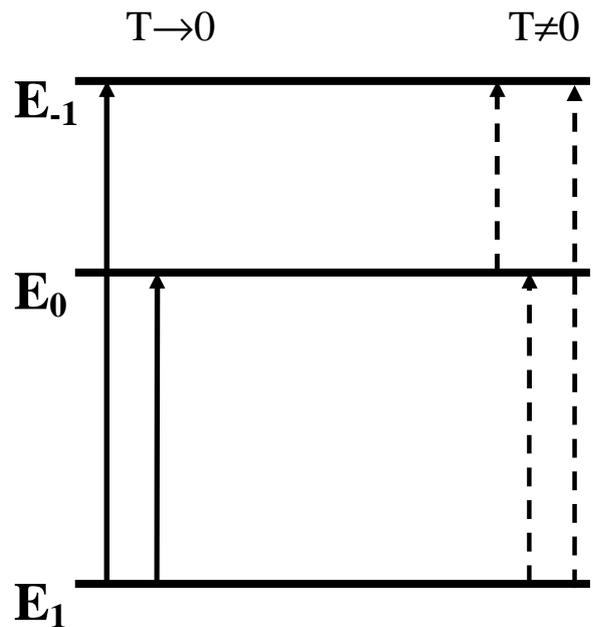


Рис.5. Схема возбужденных состояний магнитного иона при $T \rightarrow 0$ и $T \neq 0$.

анизотропии, $\beta \geq \bar{N}_1$. В этом температурном интервале поведение намагниченности первой подрешетки будет определяться не только ростом тепловых флуктуаций, но и эффектом квантового сокращения спина.

Исследование спектров возбуждения анизотропного ферримагнетика, в частности высокочастотных мод показало, что эффекты квантового сокращения спина могут быть существенны даже при относительно малых (порядка 5-10 % от обменного интеграла) значениях константы одноионной анизотропии.

В заключение второго раздела исследуется влияние одноионной анизотропии на температурную зависимость намагниченности и спектров элементарных возбуждений ферромагнетика с $S=1$. В результате решения дисперсионного уравнения при произвольных температурах (исключая флуктуационную область) удастся найти три ветви элементарных возбуждений. Этот результат является неожиданным, поскольку стандартным результатом является $2S$ ветвей элементарных возбуждений, и поскольку в данном случае $S=1$, то число ветвей должно быть равно двум. Чтобы понять этот результат рассмотрим случай низких температур. При $T \rightarrow 0$ система находится в основном состоянии, т.е. максимально «заселенным» является нижайший энергетический уровень E_1 , вероятность перехода между возбужденными близка к нулю. При температурах отличных от нуля возникает ненулевая вероятность перехода между энергетическими уровнями лежащими над основным.

Особый интерес представляет поведение двух ветвей спектра. При низких температурах и малых значениях константы анизотропии имеет место кроссовер, т.е. пересечение голдстоуновской моды и локализованного состояния.

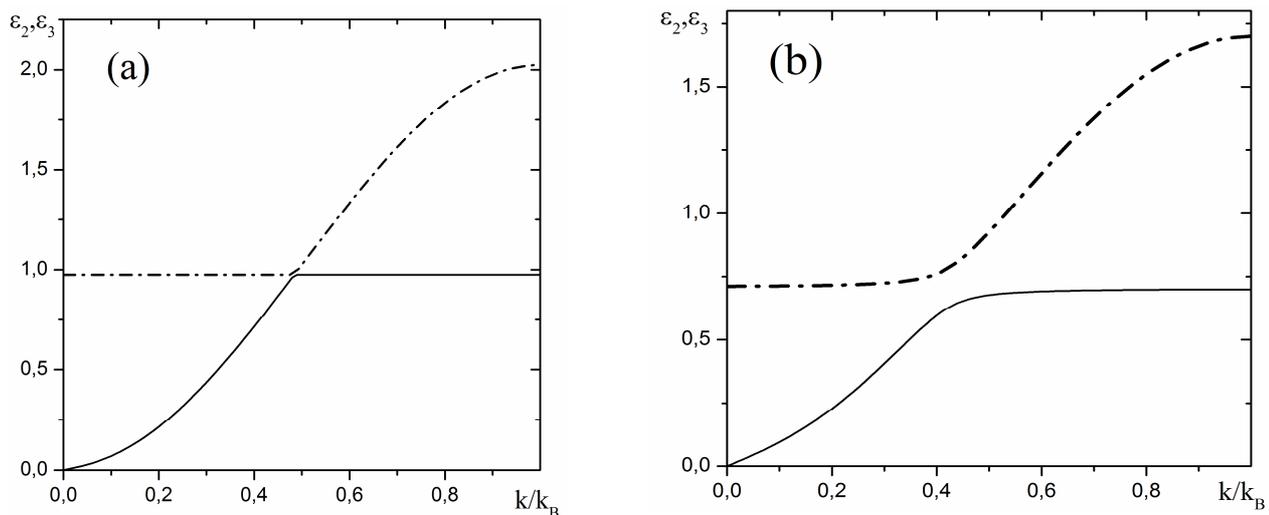


Рис.6. а) Законы дисперсии ветвей ε_2 и ε_3 $T/J = \beta/J = 0.1$; б) Законы дисперсии ветвей ε_2 , ε_3 $T/J = \beta/J = 0.5$.

С ростом температуры и константы анизотропии между этими состояниями возникает «расталкивание», и в результате возникают еще две ветви элементарных возбуждений. Причем, как видно из приведенных графиков величина расталкивания

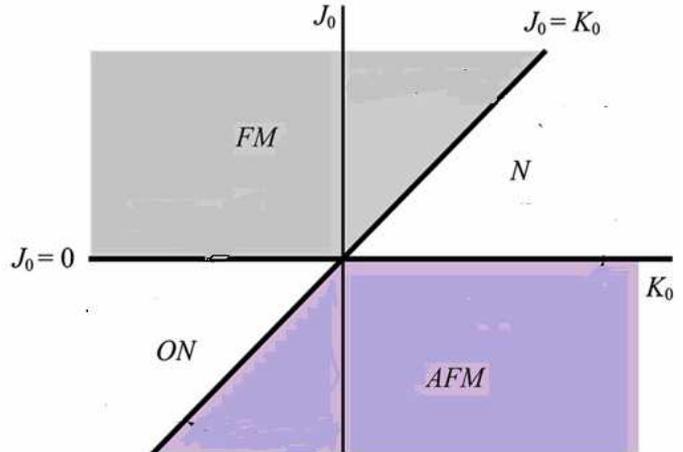
ветвей и точка кроссовера существенно зависит от константы одноионной анизотропии. Так, при $\beta=0$ точка кроссовера находится при $k / k_B = \pi / 2$.

Таким образом, показано, что в рассматриваемом случае в системе, помимо известных двух стандартных мод поперечной и продольной, возникает дополнительная ветвь возбуждений, наличие которой связано с ненулевой вероятностью переходов между возбужденными уровнями магнитного иона при конечных температурах. Эта мода дает немалый вклад в поглощение энергии и обладает существенной дисперсией.

Третий раздел посвящен исследованию фазовых состояний и спектров элементарных возбуждений изотропного негейзенберговского магнетика с $S=1$ и $S=3/2$ с учетом всех спиновых инвариантов. Вначале в качестве исследуемой системы рассматривается модель изотропного ферромагнетика с биквадратичным обменным взаимодействием. Гамильтониан негейзенберговского магнетика с $S=1$ имеет вид:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left(J_{nn'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} + K_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 \right). \quad (9)$$

Анализ плотности свободной энергии в пределе низких температур показал, что в зависимости от соотношений обменных констант реализуются одноподрешеточные фазы— ферромагнитная FM и нематическая N; двухподрешеточные фазы— антиферромагнитная AFM и ортогонально нематическая ON. В ферромагнитной фазе магнитный момент насыщен т.е.



$\langle S^z \rangle = 1$, при этом фаза характеризуется также квадрупольным параметром порядка

$$q_2^0 = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - 2 = 1. \quad (10)$$

В нематической фазе модуль среднего спина равен нулю $\langle S^z \rangle = 0$, отличные от нуля будут квадрупольные параметры порядка

$$q_2^0 = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - 2 = 1, \quad q_2^2 = \langle (S^x)^2 \rangle - \langle (S^y)^2 \rangle = 1. \quad (11)$$

Из вида квадрупольных средних

$$S_{ik} = \langle S_i S_k + S_k S_i \rangle, \quad i, k = x, y, z,$$

Рис.7. Фазовая диаграмма изотропного негейзенберговского магнетика с $S=1$ в переменных J_0, K_0 .

следует, что нематическое состояние характеризуется спонтанным нарушением вращательной симметрии, а также является инвариантным относительно обращения времени.

Как видно из рис. 7 случае отрицательного значения константы гейзенберговского взаимодействия реализуются двухподрешеточные фазы. В антиферромагнитной фазе вектора намагниченностей подрешеток $\langle S^z \rangle = 1$, но противоположно направлены. В ортогонально нематической двухподрешеточной фазе $\langle S^z \rangle = 0$ в обеих подрешетках. Основные состояния подрешеток ортогональны, и, следовательно, ортогональными являются направления главных осей тензора квадрупольных моментов подрешеток.

Исследование спектров возбуждения показало, что фазовые переходы ортогональный нематик – ферромагнетик и ортогональный нематик – антиферромагнетик, происходящие при изменении параметра J/K , являются вырожденными переходами первого рода – на линиях фазового перехода параметры порядка характеризующие граничащие фазовые состояния изменяются скачком, но при этом область сосуществования фаз отсутствует. Кроме того, щель в спектрах элементарных возбуждений обращается в ноль на линии фазового перехода.

Возможность существования спиновых нематических состояний для систем с полуцелым спином $S=3/2$ гораздо менее изучена, хотя этот вопрос имеет важное значение для исследования физических свойств ферми-систем.

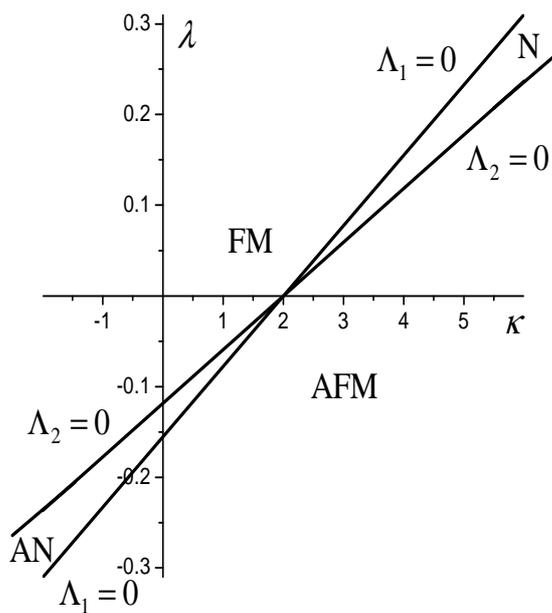


Рис.8. Фазовая диаграмма изотропного негейзенберговского магнетика со спином магнитного иона $S=3/2$ в переменных $\kappa=K/J$, $\lambda=L/J$ при $J>0$.

$$\Lambda_1 = J - K/2 + 103L/16,$$

$$\Lambda_2 = J - K/2 + 135L/16$$

В общем случае гамильтониан системы со спином $3/2$ и изотропным обменным взаимодействием между ближайшими соседями имеет вид:

$$H = - \sum_{l \neq l'} \left[JS_l S_{l'} + K (S_l S_{l'})^2 + L (S_l S_{l'})^3 \right] \quad (12)$$

Анализ одноузельной задачи позволил установить фазы возможные в рассматриваемом магнетике: одноподрешеточные– ферромагнитная FM и нематическая N; двухподрешеточные– антиферромагнитная AFM и антинематическая AN.

Интересна динамика рассматриваемого магнетика. Например, в ферромагнитной фазе (рис.9) имеется три ветви возбуждения. Ветвь ε_1 – бесщелевая голдстоуновская мода с параболическим законом дисперсии при малых \mathbf{k} , характерная для изотропного ферромагнетика, и соответствует малым отклонениям по направлению вектора магнитного момента от главной оси. Физический смысл моды ε_2 такой же, как для ферромагнетика со спином $S=1$, то есть мода с ε_2 описывает «продольную» динамику спина– эта мода включает продольные колебания модуля вектора намагниченности, направление которого остается параллельным главной оси эллипсоида квадрупольных моментов. Мода ε_3 определяется спецификой динамики магнетика со спином $S=3/2$, которая обусловлена нетривиальными октупольными средними вида

$$\langle (S^+)^3 \rangle \pm \langle (S^-)^3 \rangle. \quad (13)$$

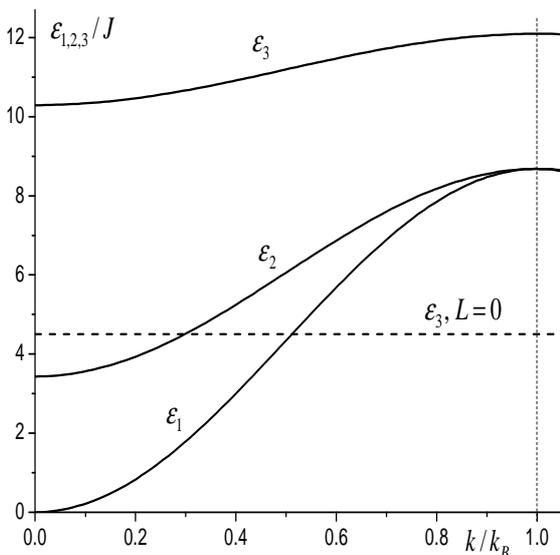


Рис.9. Законы дисперсии элементарных возбуждений в ферромагнитной фазе.

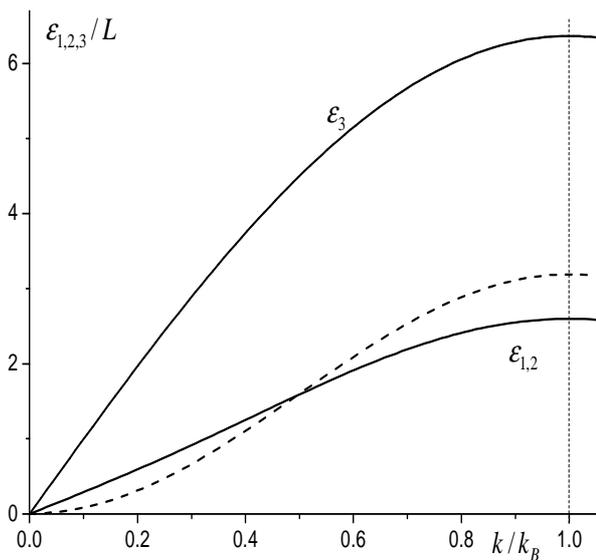


Рис.10. Законы дисперсии элементарных возбуждений в нематической фазе.

Ветвь ε_3 размягчается в окрестности линии перехода в N-фазу ($\Lambda_1=0$) при $k \rightarrow 0$, а в окрестности линии фазового перехода в AN- фазу ($\Lambda_2=0$) при $k \rightarrow \pi$ (рис.9).

В нематической фазе (рис.10) происходит вырождение двух возбужденных энергетических уровней, поэтому законы дисперсии двух первых мод совпадают. Ветви $\varepsilon_{1,2}$ описывают колебания квадрупольного эллипсоида, что и определяет двукратное вырождение этих мод. Таким образом, основная специфика системы со спином $S=3/2$ определяется ветвью ε_3 , которая связана с обменным интегралом L и обусловлена динамикой октупольных параметров (13). Она связана с поворотом «октупольного треугольника» вокруг оси OZ . Исследование поведения ветви ε_3 показало, что область устойчивости нематической фазы определяется следующими неравенствами:

$$\Lambda_1 < 0, \Lambda_2 > 0$$

что может выполняться только при $L > 0$.

В заключение раздела исследуются двумерные солитоны в нематической фазе изотропных магнетиков со спином $S=1$ и $S=3/2$. Рассматривается дискретная модель нематика на квадратной решетке. Анализ проведен для приблизительно кругового фрагмента, вырезанного из квадратной решетки размером 20×20 . Такой небольшой размер является вполне достаточным, так как при характерных масштабах длины сравнимых с постоянной решетки размер ядра вихря сильно локализован, а влияние границ на структуру пренебрежимо мало. В центре вихря в спиновом нематике формируется несингулярное насыщенное ядро. В центре ядра $|\langle \mathbf{S} \rangle| = S$, а квадрупольные средние определяются эллипсоидом вращения с избранной осью параллельной полю, то есть нематический порядок разрушен, но восстановлен магнитный порядок.

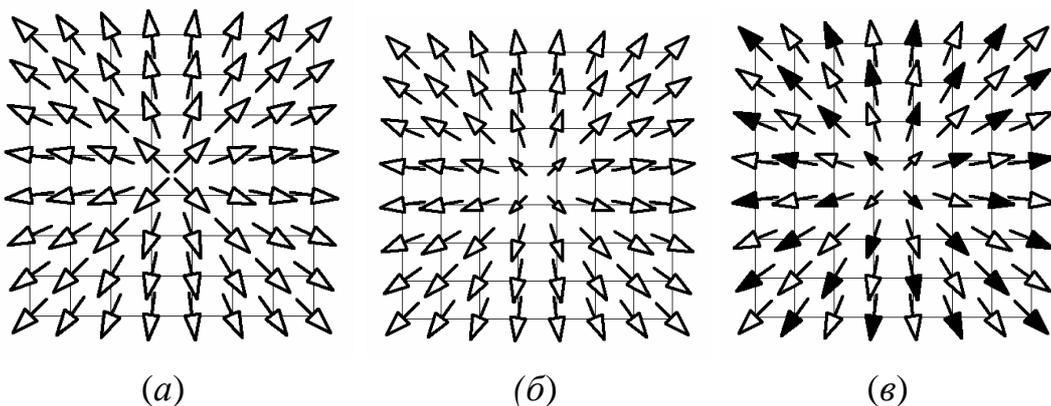


Рис. 11. Распределение дискретных переменных $\sigma_{i,1}$ в вихре с топологическим зарядом $m=1$ при различных значениях κ ; а) $\kappa=0$; б) $\kappa=0.9 > \kappa_c$; в) $\kappa=-0.9$. ($\kappa=(2J-K)/K$ для $S=1$ и $\kappa=(J-K/2+119L/16)/L$ для $S=3/2$; $\kappa_c=0.7034$ критической точки появления ферромагнитного ядра)

В общем же случае ситуация такая же, как для магнитных вихрей – ядро существует только при достаточно малых значениях $(1-|\kappa|)$, (рис.11 а). При $\kappa_c < \kappa < 1$

(рис.11 б) ядро отвечает ферромагнитной ориентации компонент спина $\langle S_z \rangle$, а при $1 < \kappa < \kappa_c$ имеет место антипараллельная ориентация компонент спина $\langle S_z \rangle$ в соседних узлах, (рис.11 в). Такой вихрь можно назвать антиферромагнитным.

Для наглядности представлена только часть фрагмента, выбранного для численного счета. Величины $\sigma_{i,1}$ для каждого узла представлены двумя «квадрупольными» компонентами $\sigma_{1,1}$ и $\sigma_{2,1}$, длина плоского вектора $(\sigma_{1,1}, \sigma_{2,1})$ дает представление о величине $\sigma_{3,1}$, положительные или отрицательные значения $\sigma_{3,1}$ показаны светлыми или темными стрелками, соответственно. Здесь

$$\langle (S^+)^3 \rangle + \langle (S^-)^3 \rangle = 4\sqrt{3}\sigma_1, \quad \langle (S^+)^3 \rangle - \langle (S^-)^3 \rangle = i4\sqrt{3}\sigma_2, \quad \langle S_z \rangle = (3/2)\sigma_3 \quad (14)$$

Следует отметить, что появление вихревого ядра, ферромагнитного или антиферромагнитного, связано с понижением симметрии вихря, подобно стандартному поведению параметра порядка вблизи точки фазового перехода второго рода. Это может быть использовано для симметричного анализа переходов различных вихревых состояний.

В четвертом разделе исследуется влияние обменной и одноионной анизотропии на фазовые состояния негейзенберговского магнетика. Рассматривается ферромагнетик с биквадратичным обменным взаимодействием и гексагональной одноионной анизотропией со спином магнитного иона $S=2$. Гамильтониан такой системы может быть представлен в следующем виде:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \{ J_{nn'} \vec{S}_n \vec{S}_{n'} + K_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 \} - B_2^0 \sum_n O_{2n}^0 - B_4^0 \sum_n O_{4n}^0, \quad (15)$$

Анализ плотности свободной энергии показал, что в случае когда отношение констант анизотропии к обмену J_0 мало, то результаты полностью соответствуют результатам, полученным для гексагонального кристалла – реализуются легкоосная ЛО, легкоплоскостная ЛП и угловая УФ фазы. Если константы анизотропии становятся сравнимы с константами обмена, кроме магнитно упорядоченных фаз возможна реализация квадрупольных фаз. Исследование спектров возбуждения по-

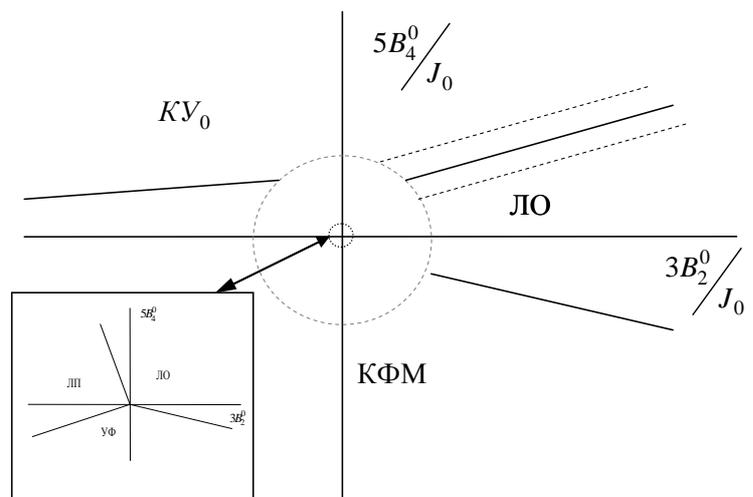


Рис. 12. Фазовая диаграмма ферромагнетика в случае больших констант одноионной анизотропии

казывает, что фазовые переходы между ферромагнитными фазами и квадрупольными могут быть как первого рода так и второго.

Далее исследуется влияние обменной анизотропии на фазовые состояния негейзенберговского магнетика. Билинейное и биквадратичное обменные взаимодействия являются анизотропными, причем параметр обменной анизотропии $0 \leq \Delta \leq 1$. При $\Delta=1$ обменные взаимодействия становятся изотропными, что позволяет провести сравнение полученных результатов с известными предельными случаями. Рассмотрен ферромагнетик описываемый следующим гамильтонианом:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y + \Delta S_n^z S_{n'}^z \right] - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} \left[\frac{\Delta}{3} O_{2n}^0 O_{2n'}^0 + O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} + \Delta \left(O_{2n}^{xz} O_{2n'}^{xz} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz} \right) \right] + \Delta \beta \sum_n \left(S_n^z \right)^2. \quad (16)$$

Поскольку в модели учитывается одноионная анизотропия типа «легкая плоскость», то магнитный момент системы лежит в плоскости ХОУ (для простоты вычислений он направлен параллельно оси ОХ). В результате решения одноузельной задачи установлено, что при значении параметра $0 < \Delta < 1$ устойчивыми для данной модели являются две квадрупольные и одна ферромагнитная фаза. Как следует из условия устойчивости ферромагнитной фазы

$$J_0 - K_0(1 + 3\Delta)/4 > 0 \quad (17)$$

в модели анизотропного обмена она является более устойчивой к росту константы биквадратичного обмена, чем в случае изотропной модели. Если $\Delta=0$ или $\Delta=1$, то кроме ферромагнитной фазы устойчивой будет только одна из квадрупольных фаз.

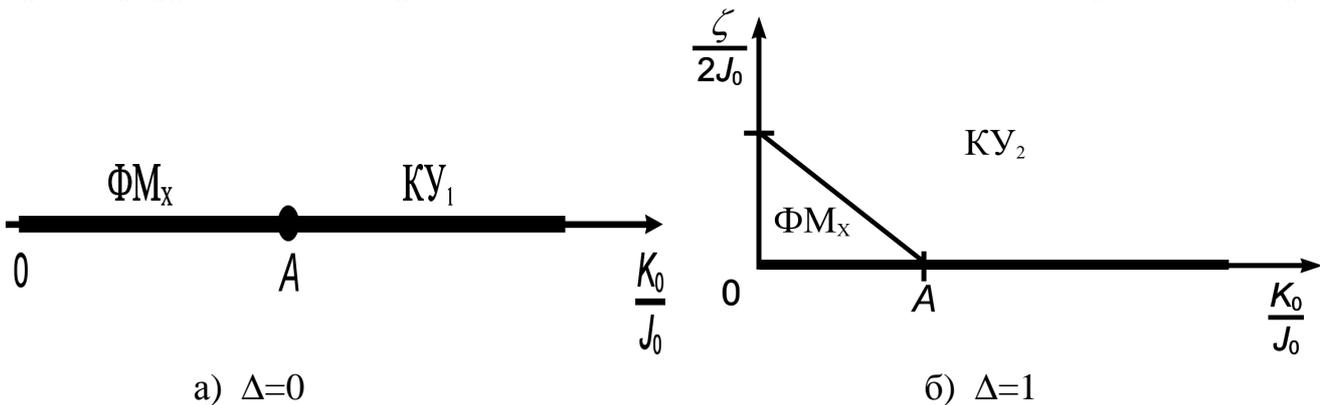


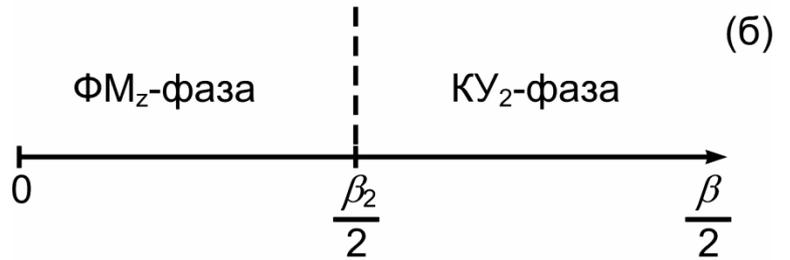
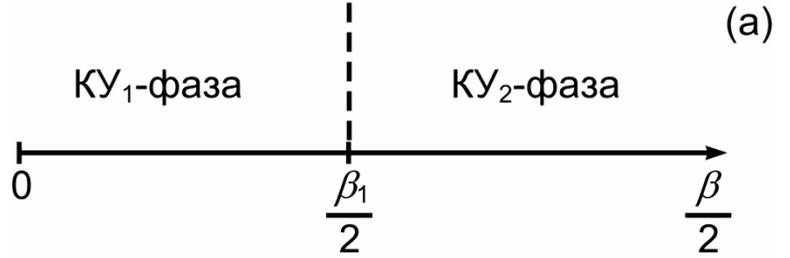
Рис. 13. Фазовая диаграмма негейзенберговского анизотропного ферромагнетика при $\Delta=0$ и $\Delta=1$.

Исследования негейзенберговского изингоподобного ферромагнетика, описываемого гамильтонианом вида

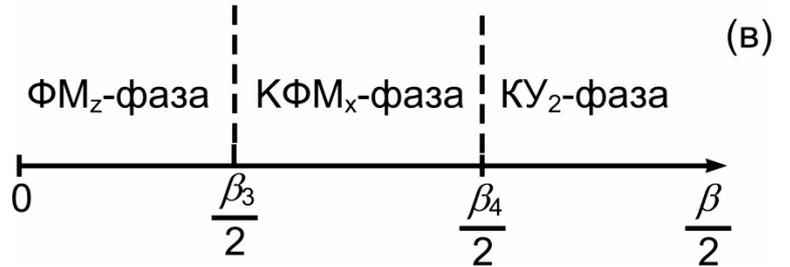
$$\begin{aligned}
H = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_{nn'} \left[\Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right] - \\
& -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} K_{nn'} \left[\Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) + S_n^z S_{n'}^z \right]^2 + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2
\end{aligned} \tag{18}$$

также показывают, что границы устойчивости реализующихся фаз существенно образом зависят от величины параметра Δ .

Рис. 14. Фазовые диаграммы исследуемой системы для различных соотношению между обменными константами.



Критические значения β_i определяются из анализа спектров возбуждения и зависят от величины констант обменного взаимодействия и от параметра Δ .



В заключение раздела исследуется модель негейзенберговского магнетика с межионной анизотропией сложного вида. Гамильтониан такой системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
H = & -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ J_{nn'} \left[S_n^z S_{n'}^z + \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) \right] + \right. \\
& \left. + K_{nn'} \left[O_{2n}^0 O_{2n'}^0 / 3 + \Delta_1 (O_{2n}^{zx} O_{2n'}^{zx} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz}) + \Delta_2 (O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy}) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{19}$$

где $\Delta, \Delta_1, \Delta_2$ – параметры межионной анизотропии. Параметры анизотропии считаем произвольными. Причем, если рассматривать отрицательные значения $\Delta, \Delta_1, \Delta_2$ – в результате работы показывается, что возникают различные двухподрешеточные структуры.

Анализ задачи показывает, что эффективные направления осей или плоскостей легкого намагничивания определяются параметрами анизотропии– в случае преобладающего гейзенберговского обмена реализуются легкоосная ферромагнитная ΦM_{\parallel} , легкоплоскостная квадрупольно-ферромагнитную $K\Phi M_{\perp}$ и угловая квадрупольно-ферромагнитная $K\Phi M_{\angle}$ фазы. Намагниченность в КФМ фазах–

$\langle S \rangle < 1$. Исследование динамических свойств системы показало, что имеется существенное отличие в поведении негейзенберговских магнетиков в окрестности ориентационные фазовые переходов по материальным параметрам для изотропного и анизотропного обменных взаимодействий. Как показало исследование модели негейзенберговского магнетика с изотропным обменным взаимодействием, ориентационные фазовые переходы являются вырожденными переходами первого рода: одновременно на границе фаз скачком меняется симметрия фаз и имеется размягчение спектров элементарных возбуждений. В рассматриваемой системе ориентационные фазовые переходы между ферромагнитными и нематическими фазами происходят при изменении констант анизотропного обменного взаимодействия, причем могут быть как первого, так и второго рода.

В случае, когда соотношении обменных интегралов $K_0 > J_0$ в системе реализуются в зависимости от соотношений параметров межионной анизотропии фазы с $\langle S \rangle = 0$: нематическая N_1 , угловая N_\angle и квадрупольная QU_2 .

Эти состояния характеризуются компонентами симметричного тензора второго ранга; геометрическим образом такого тензора (с положительными компонентами) в трехмерном пространстве является одноосный эллипсоид. Его ориентацию можно задать единичным вектором \vec{n} . Угол θ характеризует направление вектора \vec{n} в различных нематических фазах.

Анализ спектров возбуждения в нематических фазах показал, что фазовые переходы между фазами являются ориентационными и происходят по параметрам анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия (рис. 15). Поскольку в нематических фазах магнитный момент (на узле) равен нулю, то понятие «переориентации» связано с поворотом вектора-директора \vec{n} .

Рассмотрим поведения системы в окрестности ферромагнитных и нематических фаз. Фазовые переходы такого типа связаны с обращением намагниченности в ноль на одном узле— т.е. эффектом квантового сокращения спина. Исследование ди-

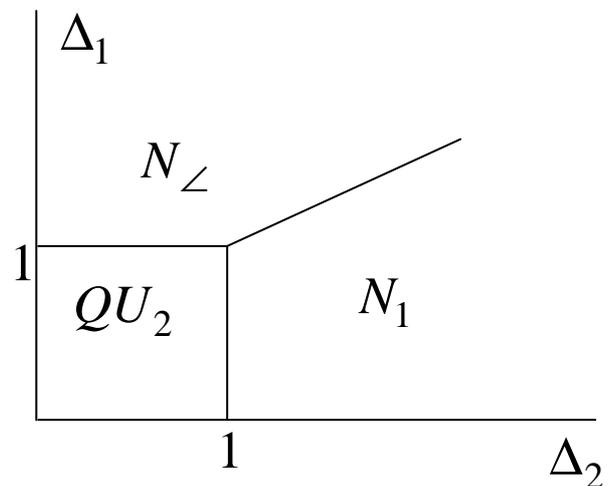


Рис. 15. Фазовая диаграмма обменно анизотропного негейзенберговского магнетика на плоскости $K_0 > J_0$

намики и статики показывает, что на линиях фазового перехода между ферромагнитными и нематическими фазами намагниченность может меняться скачком или намагниченность плавно меняется вплоть до нуля на линии фазового перехода, соответственно фазовые переходы могут быть как первого так и второго рода.

Пятый раздел посвящен изучению фазовых состояний и их устойчивости относительно произвольных возбуждения для модели изотропного магнетика со спином $S=2$ в приближении среднего поля с взаимодействием ближайших соседей на решетке, допускающей разбиение на две подрешетки. Гамильтониан такой системы с учётом допустимого набора спиновых инвариантов имеет вид:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ J_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'}) + K_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 + D_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^3 + F_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^4 \right\} \quad (20)$$

Определим одноподрешеточные фазовые состояния магнетика. Исследование свободной энергии системы при нулевой температуре показывает, что реализуется ферромагнитное (ФМ) состояние, в котором $|\psi\rangle = |\psi_{FM}\rangle = |2\rangle$ и среднее значение спина на узле максимально $\langle S^z \rangle = 2$.

Следующая устойчивая фаза – тетраэдрический нематик (ТН), с вектором основного состояния

$$|\psi\rangle = |\psi_{TN}\rangle = (|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle) / \sqrt{3}. \quad (21)$$

Это состояние было найдено в модели конденсата Бозе-газа атомов со спином $S=2$ и контактным взаимодействием, используя описание системы с помощью $2S$ точек на единичной сфере. Состояние магнетика с $S=2$ (20) характеризуется четырьмя точками, совпадающими с вершинами правильного тетраэдра вписанного в сферу. В этой фазе $\langle S^z \rangle = 0$, а квадрупольный эллипсоид вырожден в сферу, $\langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 2$. Спонтанное нарушение симметрии определяется средними, кубическими по компонентам оператора спина, которые не инвариантны относительно инверсии времени $t \rightarrow -t$.

Еще одно состояние реализующееся в магнетике – спиновое нематическое (СН) состояние с нулевым средним спином на узле. Функция основного состояния

$$|\psi_{SN}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \beta (|2\rangle + |-2\rangle) + \sin \beta |0\rangle. \quad (22)$$

Геометрическим образом этого состояния в спиновом пространстве при $\beta \neq 0, \pi/2$ является двухосный эллипсоид

$$\langle (S^z)^2 \rangle = 4 \cos^2 \beta, \quad \langle (S^{x(y)})^2 \rangle = (\sqrt{3} \sin \beta \pm \cos \beta)^2,$$

«гофрированный» в плоскости XOY ; «гофрировка» зависит от параметра β и определяется следующим коррелятором

$$\left\langle \left(S^x \cos \chi + S^y \sin \chi \right)^4 \right\rangle = \frac{3}{2} \cos^2 \beta \cos 4\chi + \frac{5}{2} \cos^2 \beta + 12 \sin^2 \beta + 4\sqrt{3} \sin 2\beta \cos 2\chi \quad (23)$$

Вполне естественно ожидать, что полный набор состояний магнетика с $S=2$ в модели (19) включает также фазы с различными состояниями спинов в двух подрешетках. Наличие одного такого состояния очевидно – это антиферромагнитное (АФМ) состояние с $J<0$. Анализ энергии основного состояния двухподрешеточного магнетика показал, что кроме АФМ фазы реализуется двухподрешеточная фаза с тетраэдрической симметрией. Функции основного состояния в каждой из подрешеток имеют вид ортогональных векторов

$$|\psi_1\rangle = (|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle) / \sqrt{3}, \quad |\psi_2\rangle = (|-2\rangle - \sqrt{2}|1\rangle) / \sqrt{3}. \quad (24)$$

Геометрическим образом каждой из подрешеток этого состояния в спиновом пространстве является тетраэдр. Причем, вершины тетраэдров обеих подрешеток противоположно направлены относительно оси OZ , а основания – развернуты на угол $\pi/3$ вокруг оси OZ . Поэтому это состояние естественно назвать тетраэдрической антинематической фазой (ТАН).

Полученные двухподрешеточные устойчивые состояния в данной модели являются не единственными. Как будет показано ниже, существуют более сложные двухподрешеточные спиновые конфигурации. Реализация и устойчивость новых фаз зависит от соотношений обменных интегралов и их знаков. Для того, чтобы выявить все возможные фазовые состояния магнетика с $S=2$ возникает необходимость исследовать свободную энергию с учетом всех возможных спиновых конфигураций. В наиболее общей форме пробные векторы состояний подрешеток можно представить в виде:

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle = & \cos \mu \cos \theta \cos \alpha |2\rangle + \cos \mu \sin \theta \cos \beta |1\rangle + \sin \mu |0\rangle + \\ & + \cos \mu \cos \theta \sin \alpha |-1\rangle + \cos \mu \sin \theta \sin \beta |-2\rangle \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle = & \cos \eta \sin \varphi \sin \delta |2\rangle - \cos \eta \cos \varphi \sin \gamma |1\rangle - \sin \eta |0\rangle - \\ & - \cos \eta \sin \varphi \cos \delta |-1\rangle + \cos \eta \cos \varphi \cos \gamma |-2\rangle \end{aligned}$$

Усредняя гамильтониан системы по состояниям (25) получим выражение для свободной энергии системы при нулевой температуре. Минимизируя численно полученное выражение для свободной энергии по параметрам задачи при различных соотношениях обменных интегралов (и их знаков) можно определить устойчивые спиновые состояния системы. Также как и для магнетика с $S=1$ реализуются ортого-

нально нематические двухподрешеточные фазы с $\langle S \rangle = 0$ на узле: ОН фаза с функциями основного состояния

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|2\rangle + |-2\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle, \quad |\Psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|2\rangle + |-2\rangle) - \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle. \quad (26)$$

геометрическим образом которой являются два двухосных эллипсоида, главные оси которых ортогональны друг другу.

Еще одно двухподрешеточное нематическое состояние возникает в случае большого отрицательного значения интеграла обменного взаимодействия $F < 0$. Функции основного состояния подрешеток имеют вид

$$|\psi_1\rangle = \frac{|2\rangle + |-2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\psi_2\rangle = \frac{|2\rangle - |-2\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (27)$$

Геометрическими образами этого состояния в спиновом пространстве являются одноосные эллипсоиды

$$\langle (S_{1,2}^z)^2 \rangle = 4, \quad \langle (S_{1,2}^x)^2 \rangle = \langle (S_{1,2}^y)^2 \rangle = 1 \quad (28)$$

оси которых параллельны. Однако, как и в ОН-фазе эллипсоиды являются «гофрированными» в плоскости перпендикулярной главной оси. Это следует из выражений для корреляторов четвертого порядка подрешеток

$$\langle (S_{1(2)}^x \cos \chi + S_{1(2)}^y \sin \chi)^4 \rangle = \frac{5 \pm 3 \cos 4\chi}{2}.$$

Из этих выражений также понятно, что «гофрировка» в плоскости XOY – 4-го порядка; кроме того, гофрированные эллипсоиды развернуты относительно друг друга на угол $\pi/4$ в плоскости XOY . Таким образом, данное состояние можно назвать тетрагональным двухподрешеточным нематиком (ТДН).

Кроме того, анализ свободной энергии показал, что в магнетике с $S=2$ могут реализовываться двухподрешеточные структуры с неэквивалентными подрешетками. Эти фазы характеризуются ненасыщенностью среднего спина одной из подрешеток, а магнитные моменты подрешеток либо коллинеарны, либо антиколлинеарны. В коллинеарной ЛС₁ (low spin) фазе модуль намагниченности первой подрешетки равен $\langle S_1 \rangle = 2$, а второй подрешетки равен $\langle S_2 \rangle = 1$. В антиколлинеарной ЛС₋₁ фазе – $\langle S_1 \rangle = 2$, $\langle S_2 \rangle = -1$.

Исследование свободной энергии и спектров возбуждения в полученных фазах позволяет определить фазовую диаграмму системы при некоторых фиксированных значениях констант обменного взаимодействия. Следует отметить, что выбор сечений

$$x = 2J - K + 41D - 70F / 9F, \quad y = 3D - 15F / 9F, \quad z = K - 2D + 28F / 9F, \quad (27)$$

в которых можно отобразить фазовую диаграмму исследуемой системы не единственный. Именно в переменных « x, y, z » приведенных выше, при отображении сечений удастся наиболее наглядно проследить динамику изменения фазовой картины от величин обменных интегралов. Картина фазовых состояний выглядит наиболее просто для $z=0$ и $F>0$. В этом случае реализуются только ФМ, АФМ, ТН и ТАН фазы. Переходы между фазами, как и для магнетиков со спинами

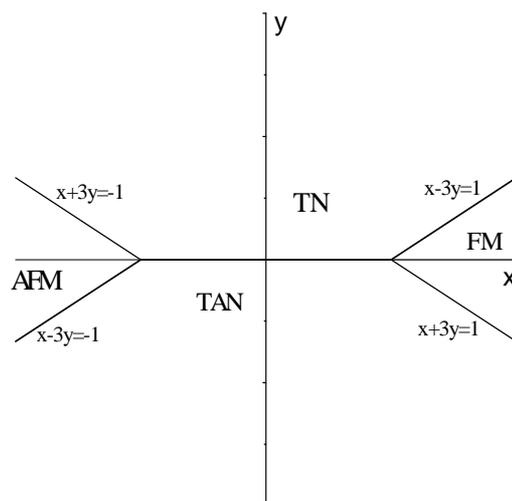


Рис. 16. Области существования различных фаз на плоскости XOY при $z=0, F>0$.

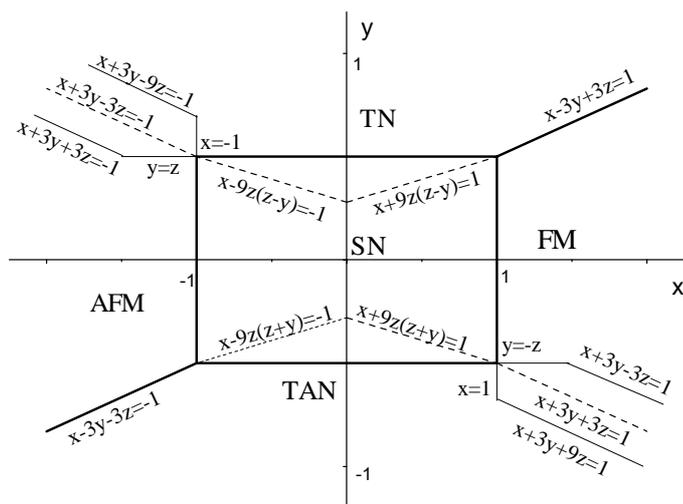


Рис. 17. Области существования различных фаз в пространстве переменных x, y, z при $z=0,5$ и $F>0$.

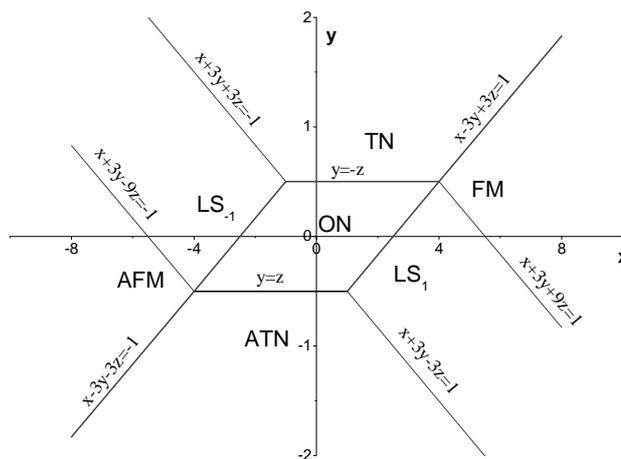


Рис. 18. Области существования различных фаз в пространстве переменных x, y, z при $z=-0,5, F>0$.

$S=1, 3/2$, проходят как вырожденные фазовые переходы первого рода. Если $z \neq 0, F>0$ поведение системы существенно различается для случаев $z>0$ и $z<0$. В случае $z>0$ к описанным выше четырем фазам добавляется одноподрешеточная нематическая фаза СН.

Непосредственного перехода между ТН и ТАН фазами не будет, переход будет происходить через СН фазу (рис. 17).

При $z<0$ нематическая СН фаза становится неустойчивой и реализуется двух-

подрешеточная ортогональная нематическая ОН фаза (рис. 18). Как показал анализ свободной энергии, а также как видно из рис. 18 при $z < 0, F > 0$ вместо областей сосуществования ФМ-ТАН и АФМ-ТН имеются две области, в которых реализуются двухподрешеточные ферримагнитно подобные фазы $ЛС_1$ и $ЛС_{-1}$.

Изменение знака констант обменных интегралов при высших спиновых инвариантах приводит к реализации новых фазовых состояний с нестандартными свойствами. Поэтому, представляет интерес исследовать фазовую диаграмму рассматриваемой системы при $F < 0$. Наиболее простой вид диаграммы с $F < 0$ и $z > 0$ при значения $z = 1/3$. ОН фазы сужается со стороны ЛС фаз и в точке $z = 1/3$ ОН фаза становится неустойчивой (рис. 19).

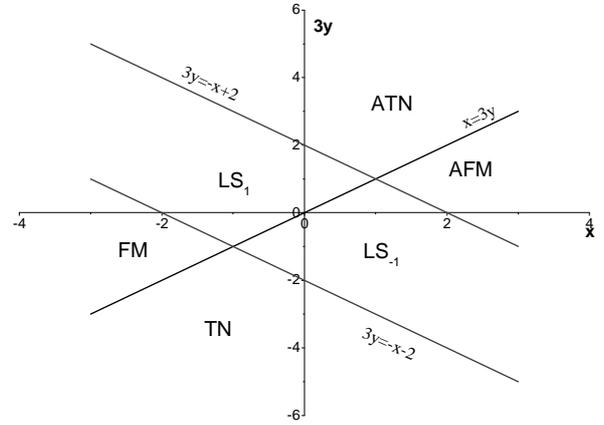


Рис. 19. Сечение фазовой диаграммы магнетика $S=2$ при $z=1/3, F < 0$.

Исследование динамических и статических свойств системы показывает, что в случае $z < 1/3$ реализуется двухподрешеточная нематическая ТДН фаза, структура, которой определяется состояниями вида (27)

Штриховой линией на рис. 20 обозначены линии фазового перехода первого рода в ТН фазу $3y - 3z = -2$ и в ТАН фазу $3y + 3z = 2$. Области сосуществования фаз ТДН и ТАН ограничены тонкими сплошными линиями.

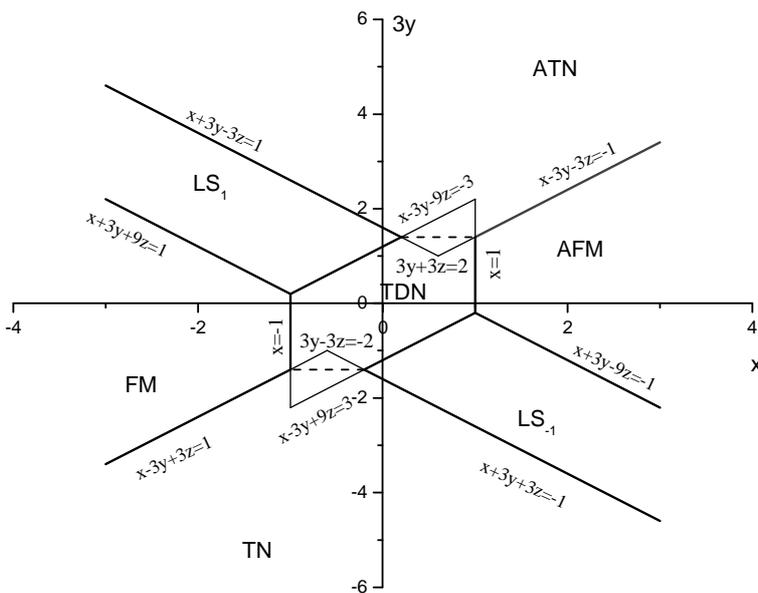


Рис. 20. Сечение фазовой диаграммы магнетика $S=2$ при $z=0,2, F < 0$.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В диссертационной работе теоретически исследованы статические и динамические свойства негеизенберговских магнетиков: изотропных и анизотропных с различным видом магнитной анизотропии. В результате поставленных и решенных задач было выяснено влияние эффекта квантового сокращения спина во всех исследованных моделях. Было показано, что возможность такого эффекта связана с учетом немалых высших обменных инвариантов как для магнетиков с целым ($S=1$, $S=2$) и полуцелым ($S=3/2$) значением спина. Другая возможность проявления эффекта квантового сокращения спина – это влияние магнитной анизотропии: одноионной или обменной. Как показали исследования наиболее существенные проявления эффекта квантового сокращения спина являются: появление дополнительной ветви спиновых колебаний, для которой характерны осцилляции длины вектора намагниченности и возникновение устойчивого упорядоченного состояния с нулевым средним значением спина на узле – состояние спинового нематика, характеризуемого тензорными параметрами порядка для магнетиков со спином магнитного иона $S=1$ и $S=3/2$). В магнетике с $S=2$ кроме одноподрешеточных фаз (с средним значением намагниченности равным нулю) возможно существование большого разнообразия двухподрешеточных фаз различной симметрии в зависимости от соотношений материальных констант.

Кроме выше приведенных результатов, основные положения впервые сформулированные и решенные в диссертационной работе следующие:

- Выяснена роль квантовых эффектов в простейшей модели анизотропного ферримагнетика при температуре отличной от нуля. Показано, что даже малая одноионной анизотропией (значительно меньшая значений констант обменного взаимодействия) при отличной от нуля температуре приводит к ощутимому уменьшению среднего значения спина на узле анизотропной подрешетки. Также показано, что эффект квантового сокращения спина оказывает существенное влияние не только на статические, но и динамические свойства ферримагнетика.
- Впервые исследовано поведение сильноанизотропного фрустрированного антиферромагнетика со спином единица, в котором возможно существование сверхтвердой магнитной фазы. Предсказана возможность существования сверхтвердого магнитной состояния в продольном внешнем поле. Показано, что в случае поперечного внешнего поля в рассматриваемой системе сверхтвердая магнитная фаза не реализуется.
- Показано, что для магнетиков со спином $S=1$ и $S=3/2$, в которых реализуется состояние спинового нематика, существуют двумерные топологические солитоны – вихри. Обнаружены несколько типов таких вихрей, с сингулярностью в центре и с несингулярным ядром, в котором разрушен нематический порядок. Ядро характеризуется восстановлением магнитного порядка, который может быть ферромагнитным или антиферромагнитным.

- Исследована модель негейзенберговского ферромагнетика со сложной анизотропией обменных взаимодействий. Учет анизотропных обменных взаимодействий приводит к снятию вырождения по направлению вектора магнитного момента в ферромагнитной фазе и вектора-директора в нематическом состоянии. Показано, что учет анизотропного биквадратичного обменного взаимодействия более сложного вида приводит к реализации угловых ферромагнитной и нематической фаз. Анализ динамических и статических свойств системы в случае реализации только тензорных фаз показал, что фазовые переходы по тензорному параметру порядка по характеру близки к ориентационным фазовым переходам. Также показано, что фазовые переходы сопровождающиеся изменением модуля намагниченности могут быть как первого так и второго рода.

- Проведен полный анализ фазовых состояний и спектров элементарных возбуждений негейзенберговских изотропных магнетиков со значением спина $S=1, 3/2, 2$. Этот анализ позволяет утверждать, что учет высших спиновых инвариантов является существенным, и приводит к возникновению магнитоупорядоченных состояний с более сложной структурой, нежели ферро- или антиферромагнитная.

- Исследованы фазы магнетика со спином магнитного иона $S=2$ характеризуется высшими мультипольными моментами, так как средняя намагниченность на один узел равна нулю, а эллипсоид тензора квадрупольного момента вырождается в шар: тетраэдрическое и антитетраэдрическое состояния. Показано, что в этих состояниях возникает дополнительный параметр – псевдоспин, который при преобразованиях времени $t \rightarrow -t$ ведет как вектор спинового момента. Показано, что вектора псевдоспина каждой из подрешеток в антитетраэдрической фазе имеют противоположную ориентацию подобно векторам среднего спина для антиферромагнитной фазы.

- В результате анализа свободной энергии было установлено, что в магнетике с $S=2$ могут реализовываться двухподрешеточные структуры с неэквивалентными подрешетками. Эти фазы характеризуются насыщенным значением среднего спина одной из подрешеток и ненасыщенностью среднего спина второй подрешетки. Причем, направления магнитных моментов подрешеток либо коллинеарны, либо антиколлинеарны.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

1. Fridman Yu.A. Spin nematic and orthogonal nematic states in $S=1$ non-Heisenberg magnet/ Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2013. – Vol. 325. – P. 125.

2. Fridman Yu. A. Spin nematic and antinematic state in a spin $S=3/2$ isotropic non-Heisenberg magnet/ Yu. A. Fridman. O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk and B. A. Ivanov //Phys. Rev. Lett. – 2011. – V. 106. – P. 097202.

3. Космачев О.А. Особенности формирования фазовых состояний в негейзенберговском магнетике с $S=2$ / О.А.Космачев, Ю.А.Фридман// Физика Твёрдого Тела. – 2013.– Т. 55. – С. 678.

4. Космачев О.А. Динамические свойства магнетиков со спином $S=3/2$ и негејзенберговским изотропным взаимодействием/ О.А. Космачев, Ю.А. Фридман, Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов// Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2015. – Т. 147. – С. 320.

5. Космачев О.А. Фазовые состояния магнетика со спином $S=2$ и изотропным обменным взаимодействием/ О.А. Космачев, Ю.А. Фридман, Б.А. Иванов// Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2017. – Т. 105. – С. 444.

6. Fridman Yu.A. Phase states of $S=1$ magnetic with anisotropic exchange interactions/ Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets// Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2008.– Vol. 320. - P. 435.

7. Фридман Ю.А. Фазовые переходы в ферромагнетике с анизотропным биквадратичным обменным взаимодействием/ Ю.А. Фридман, О.А. Космачев, Ф.Н. Клевец // Физика низких температур.– 2006.– Т. 32. – С. 289.

8. Космачев О.А. Влияние межионной анизотропии на фазовые состояния и спектры негејзенберговского магнетика $S=1$ / О.А. Космачев, А.В. Кривцова, Ю.А. Фридман// Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.– 2016.– Т. 149. – С. 367.

9. Гореликов Г.А. Динамические и статические свойства негејзенберговского магнетика со сложной межионной анизотропией/ Г.А. Гореликов, О.А. Космачев, А.В. Кривцова, Ю.А. Фридман// Физика твердого тела.– 2017.– Т. 59.– С. 491.

10. Космачев О.А. Двухподрешеточный негејзенберговский магнетик $S=1$ со сложной межионной анизотропией/ О.А. Космачев, А.В. Кривцова, Ю.А. Фридман// Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.– 2018.– Т. 154. – С. 382.

11. Fridman Yu.A. «Supersolid» phase in spin-1 easy-plane antiferromagnetic/ Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, P.N. Klevets// Eur. Phys. Journal.– 2011.– Vol. 81– P. 185.

12. Klevets Ph.N. Supersolid magnetic phase realization in strongly anisotropic easy-plane antiferromagnet with Ising-like exchange interaction in the transverse magnetic field/ Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman// Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2013.– Vol. 348. - P. 68.

13. Klevets Ph.N. Phase transitions in $S=1$ antiferromagnet with Ising-like exchange interaction and strong easy-plane single-ion anisotropy/ Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman// Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2013.– Vol. 330. - P. 91.

14. Фридман Ю.А. Квантовые эффекты в анизотропном ферромагнетике/ Ю.А.Фридман, О.А.Космачев// Физика Твердого Тела.– 2009.– Т. 51. – С. 1104.

15. Бутрим В.И. Температурная зависимость статистических и динамических свойств анизотропного ферромагнетика/ В.И. Бутрим, Б.А. Иванов, О.А. Космачев, Ю.А. Фридман// Физика Твердого Тела.– 2012.– Т. 54. – С. 1286.

16. Бутрим В.И. Температурная зависимость спектров элементарных возбуждений анизотропного $S=1$ ферромагнетика/ В.И. Бутрим, О. А. Космачев, Ю.А. Фридман// Физика низких температур.– 2014.– Т. 40.– С. 1243.

17. Фридман Ю.А. Фазовые переходы в ферромагнетике с биквадратичным обменным взаимодействием и гексагональной одноионной анизотропией/ Ю.А. Фридман, О.А. Космачев, Б.Л. Эйнгорн// Физика низких температур.– 2005.– Т. 31. – С. 687.

18. Fridman Yu.A. Formation of quadrupolar phase in non-heisenberg ferro-magnets with half-integer spin/ Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, D.V. Spirin// Physica B. .– 2005.– Vol. 357.– P. 478.

19. Галкина Е.Г. Двумерные солитоны в нематической фазе магнетиков с изотропным обменным взаимодействием/ Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, О.А. Космачев, Ю.А. Фридман// Физика низких температур.– 2015.– Т. 41. – С. 490.

20. Мелешко А.Г. Сверхтвердая магнитная фаза в двумерном изингоподобном антиферромагнетике с большой одноионной анизотропией/ А.Г. Мелешко, Ф.Н. Клевец, Г.А. Гореликов, О.А. Космачев, Ю.А. Фридман// Физика Твёрдого Тела. – 2017.– Т. 59. – С. 1716.

21. Phase transitions in 2d XY-model with biquadratic exchange interaction/ Yu.A.Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets, O.V. Kozhemyako// Statistical Physics 2005: Modern Problem and New Applications. Annual Conference in Ukraine, Lviv, Ukraine, 2005, P.93

22. Consideration of a heisenberg ferromagnetic above the curie temperature as a spin liquid/ E.V.Kuz'min, Yu.A.Fridman, O.A.Kosmachev, Ph.N. Klevets// International Conference on the Functional Materials. Partenit, Crimea, Ukraine, 2005, P.26

23. Фазовые диаграммы изингоподобного негейзенберговского ферромагнетика со спином 1/ Ю.А. Фридман, О.А. Космачев, Ф.Н. Клевец// XX международная школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники» (НМММ-20), Москва, Россия, 2006.

24. Модель Изинга с биквадратичным обменным взаимодействием ($S=1$)/ Ю.А. Фридман, О.А. Космачев, Ф.Н. Клевец// "Statistical Physics 2006. Condensed Matter Physics: Theory and Applications" (СМРТ 2006), Kharkov, Ukraine, 2006

25. Phase diagram of the non-Heisenberg magnet with spin $3/2$ / Yu. A.Fridman, O.A.Kosmachev, B.A.Ivanov// International Conference on the Functional Materials. Partenit, Crimea, Ukraine, 2007.

26. The quantum effects in anisotropic ferrimagnets/ Yu.A.Fridman, O.A.Kosmachev // International Conference on the Functional Materials. Partenit, Crimea, Ukraine, 2007.

27. 2D non-Heisenberg ferromagnetic with complex exchange interactions/ Yu.A. Fridman, D.A. Matunin, Ph.N. Klevets and O.A. Kosmachev// Statistical Physics: Modern Trends and Applications 2009, Lviv, Ukraine, 2009.

28. Phase diagram of spin nematic with $S=2$ / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, B.A. Ivanov // International Conference «Functional Materials» (ICFM 2009), Partenit, Crimea, Ukraine, 2009.

29. Modulated magnetic structure realization in non-heisenberg magnets/ Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets, D.A. Matunin, G.A. Gorelikov // International Conference «Functional Materials» (ICFM 2009), Partenit, Crimea, Ukraine, 2009.

30. Спиральная магнитная структура в сильно анизотропных гейзенберговских и негейзенберговских магнетиках/ Ю.А.Фридман, Д.А.Матюнин, Ф.Н.Клевец, О.А.Космачев, Г.А.Гореликов// Сборник трудов XXI Международной конференции НМММ, Москва, Россия, 2009.

31. Spin-2 nematic/ Fridman Yu.A., Kosmachev O.A., Ivanov B.A// International Conference «Functional Materials» (ICFM 2011), Partenit, Crimea, Ukraine, 2011.

32. Phase diagram of spin-1 easy-plane antiferromagnetic/ Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets// International Conference «Functional Materials» (ICFM 2011), Partenit, Crimea, Ukraine, 2011.

33. Influence of the external magnetic field on the phase of spin-1 antiferromagnet with Ising-like exchange interaction/ Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman, C.N. Alexeyev // International Conference «Functional Materials» (ICFM 2013), Gaspra, Crimea, Ukraine, 2013.

34. Spin nematic states for isotropic magnet with spin $S=2$ / O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman, B.A. Ivanov// «Spin Waves 2015» International Symposium, Ioffe Physical-Technical Institute Saint Petersburg, Russia, June 7-13, 2015.

35. Influence of anisotropic exchange interaction on the phase states of non-Heisenberg spin-1magnetic/ O.A. Kosmachev, A.V. Krivtsova, Yu.A. Fridman// «Spin Waves 2015» International Symposium, Ioffe Physical- Technical Institute Saint Petersburg, Russia, June 7-13, 2015.

36. Two-lattice exchange-anisotropic nematics with $S=1$ / O.A. Kosmachev, A.V. Krivtsova, Yu.A. Fridman// Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, Russia, 2018.

37. Spin nematic with $S=2$ / O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman, B.A. Ivanov// Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, Russia, 2018.

38. Спиновые нематика с $S=1$, $3/2$ и 2 / Ю.А.Фридман, О.А.Космачев, Б.А.Иванов// Международная зимняя школа физиков-теоретиков «КОУРОВКА-XXXVII», 2018.