

ТРАНЗИТНЫЙ МАССОПЕРЕНОС, ФОРМИРУЕМЫЙ ВОЛНАМИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

Шахин В.М.

ООО «Гидротехника», 354002, г. Сочи, ул. Яна Фабрициуса, д.2/9
e-mail: gidrotehnika23@yandex.ru

Аннотация. Решение региональных проблем природопользования в определенной мере требуют уточнения представлений и знаний о процессах, протекающих в жидкостных системах, поскольку они присутствуют в различных объемах в живых и неживых объектах. В статье рассматривается задача о массопереносе жидкости, формируемом прогрессивными волнами. Приведены результаты расчетов транзитного течения для стоксовых и кноидальных волн.

Ключевые слова: жидкость, стоксовы волны, кноидальные волны, стоксовый дрейф, компенсационное противотечение.

ВВЕДЕНИЕ, АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ

Рассматривается плоская задача о прогрессивных волнах на поверхности жидкости постоянной глубины. Предполагается, что жидкость является идеальной и движение безвихревым. Стоксом [1] и другими авторами (см. например [2], [3]) получено, что прогрессивные волны конечной амплитуды осуществляют перенос жидкости лишь в направлении распространения волн. Этот перенос получил название «стоксовый дрейф». Однако в [4] показано, что решение Стокса для нелинейных волн неполное. Из уточненного решения следует, что массоперенос жидкости в направлении движения волн существует лишь в верхнем слое. В нижних слоях формируется компенсационное противотечение. Существование компенсационного противотечения подтверждено экспериментально.

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью исследования являлась теоретическая оценка профиля переносной скорости жидкости при распространении волн конечной амплитуды.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Для прогрессивных волн, распространяющихся на поверхности жидкости постоянной глубины d течение в подвижной системе координат (x, z) , перемещающейся с фазовой скоростью волны c , будет установившемся. Кроме того, течение является плоским и потенциальным. Известно, что для такого течения можно найти функцию тока ψ , тождественно удовлетворяющую уравнению неразрывности и связанную с потенциалом скорости ϕ условиями Коши-Римана

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad 1)$$

где x, z – горизонтальная и вертикальная координаты.

1. Стоксовы волны

Профиль волны η , перемещающейся с фазовой скоростью, оси координат (x, z) и основные обозначения показаны на рисунке 1, где H – высота волны, λ – длина волны, d – глубина.

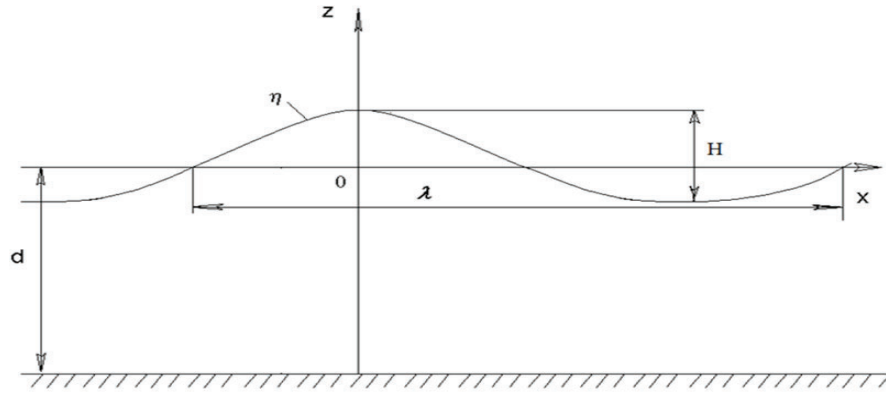


Рис.1. Прогрессивная волна

В третьем приближении зависимости для функции тока ψ , фазовой скорости c , горизонтальной компоненты скорости u , высоты волны H имеют вид [5]

$$\psi = -cz + ca \frac{\sinh m(d+z)}{\sinh md} \cos mx + \frac{3}{8} ka^2 \frac{\sinh 2m(d+z)}{\sinh^4 md} \cdot \cos 2mx - ka^2 \frac{\cosh md}{\sinh md} \frac{(d+z)}{2d} + kma^3 \frac{(13 - 4 \cosh^2 md) \sinh 3m(d+z)}{64 \sinh^7 md} \cdot \cos 3mx, \quad (2)$$

$$c = \sqrt{\frac{g \sinh md}{m \cosh mu}} \left[1 + \frac{m^2 a^2}{2} \left(\frac{8 \cosh^4 md - 8 \cosh^2 md + 9}{8 \sinh^4 md} - \frac{1 \cosh md}{md \sinh md} \right) \right], \quad (3)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z} = -c + ak \frac{\cosh m(d+z)}{\sinh md} \cos mx + \frac{3}{4} a^2 km \frac{\cosh 2m(d+z)}{\sinh^4 md} \cdot \cos 2mx - \frac{a^2 k \cosh md}{2d \sinh ma} + \frac{3}{64} a^3 km^2 \frac{(13 - 4 \cosh^2 md) \cdot \cosh 3m(d+z)}{\sinh^7 md} \cdot \cos 3mx, \quad (4)$$

$$H = 2a + m^2 a^3 \left[\frac{8 \cosh^2 md (5 \cosh^4 md - 4 \cosh^2 md - 1) + 3(1 + 8 \cosh^6 ma)}{32 \sinh^6 md} - \frac{\cosh md}{md \sinh md} \right], \quad (5)$$

где a - характерная амплитуда колебаний свободной поверхности; $m = 2\pi/\lambda$ - волновое число;

$\lambda = c \cdot T$ - длина волны; $k = 2\pi/T$ - угловая частота; T - период волны.

2. Кноидальные волны

Для кноидальных волн уравнение для профиля волны имеет вид [6]

$$h = h_0 + Hcn^2 \frac{2K}{\lambda} x, \quad (6)$$

где h_0 - отметка подошвы волны; K - полный эллиптический интеграл первого рода.

Выражения для ψ , c , u имеют вид [7]

$$\psi = \frac{q_0 z_1}{h} + \frac{1}{6} q_0 z_1 \left(1 - \frac{z_1^2}{h^2} \right) \left[\frac{2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2}{h} - \frac{d^2 h}{dx^2} \right], \quad (7)$$

$$c = \sqrt{gd} \sqrt{(1 - \beta KE)[1 + \beta K(K - E)][1 + \beta K(K - E - \zeta K)]}, \quad (8)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{q_0}{h} + \frac{q_0}{2} \left(\frac{z_1^2}{h^2} - \frac{1}{3} \right) \left[\frac{d^2 h}{dx^2} - \frac{2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2}{h} \right], \quad (9)$$

где z_1 – вертикальная координата, отсчитываемая от дна;

$q_0 = c \cdot d$;

$\beta = 16d/(3gT^2)$;

E – полный эллиптический интеграл второго рода;

ζ – квадрат модуля эллиптической функции.

3. Средняя переносная скорость

Так как в установившемся двумерном потенциальном потоке траектории движущихся частиц жидкости совпадают с линиями тока, где $\psi = \text{const}$, то зная скорость u можно определить время t_z прохождения виртуальными жидкими частицами, находящимися на разных уровнях, расстояния вдоль оси x , равного длине волны.

Далее, зная длину λ и фазовую скорость c волны, можно определить среднюю переносную скорость движения реальных частиц жидкости

$$u_t = c - \lambda/t_z. \quad (10)$$

В качестве примера соответствующие расчеты переносной скорости u_t с использованием формул (2)-(9) выполнены при следующих внешних параметрах: глубина воды $d = 10$ м; высота волн $H = 3$ м; период волн $T = 8$ с. Результаты расчетов иллюстрируются на рисунке 2, где z_0 – вертикальная координата частицы жидкости в невозмущенном состоянии.

Можно видеть, что массоперенос идет в двух направлениях в поверхностном слое осредненное течение направлено по движению волн, а в нижнем слое формируется компенсационное противотечение. Существование компенсационного противотечения подтверждено экспериментально [4].

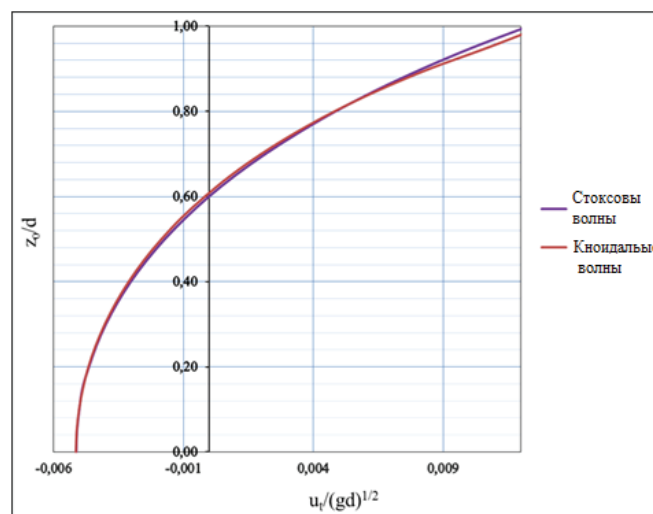


Рис. 2. Профиль переносной скорости

ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача о массопереносе прогрессивных волн на поверхности жидкости постоянной глубины. Получены новые результаты в рамках уточненных теорий стоковых и кноидальных волн. Установлено, что при распространении прогрессивных волн конечной амплитуды массоперенос идет в двух направлениях: в поверхностном слое осредненное течение направлено по движению волн, а в нижнем слое формируется компенсационное противотечение.

Компенсационное противотечение является неотъемлемым фактором волнового процесса, это «реакция» жидкости на возможное изменение среднего уровня в результате массопереноса в верхнем слое. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что влияние поверхностных волн на гидрофизические процессы не ограничивается глубиной, равной половине длины волны.

Заметное обратное течение при штормовом волнении может быть сформировано на глубине значительно большей длины волны. Этот фактор необходимо учитывать при оценке водообмена в придонной зоне и прогнозе эволюции шельфовой террасы в результате осаждения мелкодисперсных частиц наносов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stokes, G.G. 1847. On the theory of oscillatory waves, *Camb. Trans.*, 8, p.441-473.
2. Fenton, J.D. 1985. A fifth-order Stokes theory for steady waves, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, ASCE, v. 111, 2, 216-234.
3. Алешков, Ю.З. Течение и волны в океане. – СПб.: С.-Петербургский университет, 1996. – 228 с.
4. Шахин, В.М. Прогрессивные волны конечной амплитуды. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. – 2001. –Т.37. – № 2. – С. 245-248.
5. Шахин, В.М. Волны большой амплитуды на поверхности жидкости / Шахин В.М., Шахина Т.В. // Материалы международной конференции «Литодинамика донной контактной зоны океана». – Москва ГЕОС. 2009, – с. 44– 46.
6. Овсянников, Л.В. Параметры кноидальных волн. // Проблемы математики и механики. – Новосибирск: Наука, 1983. –С. 150 – 166.
7. Шахин, В.М. О расчетах параметров кноидальных волн // Труды VI конференции «Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей». / Шахин В.М., Атавин А.А. – М: ИВП РАН, 2004. – С.270-272.

MASS TRANSPORT OF WAVES ON THE SURFACE OF THE FLUID

Shakhin V.M.

LLC «Hydrotechnica», Sochi

Annotation. This paper is devoted to problem of mass transport of fluid for the surface progressive waves. New solutions for transitional current are obtained. Both Stokes and cnoidal waves are considered.

Keywords: Stokes waves, cnoidal waves, Stokes drift, compensatory flow.