

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО

На правах рукописи

Кривцова Анастасия Владимировна

**ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ И СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
ВОЗБУЖДЕНИЙ НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИХ ИЗОТРОПНЫХ И
ОБМЕННО-АНИЗОТРОПНЫХ МАГНЕТИКОВ**

Специальность 1.3.8 – физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Фридман Юрий Анатольевич,
доктор физико-математических наук,
профессор

СИМФЕРОПОЛЬ – 2021

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
РАЗДЕЛ 1. Динамические и статические свойства негейзенберговского ферромагнетика со сложной межионной анизотропией	22
1.1. МОДЕЛЬ. АНАЛИЗ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ	23
1.2. АНАЛИЗ СПЕКТРОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ДИПОЛЬНЫХ ФАЗАХ.....	31
1.3. ТЕНЗОРНОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ И ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ.....	36
1.4. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ПРОДОЛЬНОЙ ДИНАМИКОЙ МАГНОНОВ ...	43
1.5 «ИЗИНГОПОДОБНЫЙ» НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИЙ МАГНЕТИК	49
ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕРВОГО РАЗДЕЛА	54
РАЗДЕЛ 2. Динамика и статика негейзенберговского антиферромагнетика со сложной межионной анизотропией	55
2.1. ПЛОТНОСТЬ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ И СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ ФАЗАХ	56
2.2. ОРТОГОНАЛЬНО-НЕМАТИЧЕСКИЕ ФАЗЫ	64
2.3. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ, СВЯЗАННЫЕ С ПРОДОЛЬНОЙ ДИНАМИКОЙ	71
ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ВТОРОГО РАЗДЕЛА	77
РАЗДЕЛ 3. Негейзенберговский магнетик с подрешетками (1/2, 1): статика и динамика	79
3.1. ИЗОТРОПНЫЙ НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИЙ ФЕРРИМАГНЕТИК	80
3.1.1. Свободная энергия и фазовые состояния.....	80
3.1.2. Термодинамическая теория фазовых переходов	90
3.1.3. Спектры элементарных возбуждений изотропного негейзенберговского ферримагнетика в FiM фазе.....	92
3.1.4. Спектры элементарных возбуждений изотропного негейзенберговского ферримагнетика в QFiM фазе.....	97
3.2. НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИЙ ФЕРРИМАГНЕТИК С АНИЗОТРОПНЫМ МЕЖПОДРЕШЕТОЧНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ.....	99
3.2.1. Фазовые состояния негейзенберговского ферримагнетика с анизотропным межподрешеточным обменным взаимодействием	99

3.2.2. Спектры элементарных возбуждений негейзенберговского ферримагнетка с изотропным межподрешеточным обменным взаимодействием	100
ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ТРЕТЬЕГО РАЗДЕЛА	105
Заключение	107
Благодарности	109
Литература	110

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современной цивилизации невозможно себе представить без использования такого физического явления как сильный магнетизм. Магнитные свойства материалов используются практически во всех современных технологических процессах: в навигации, энергетике, связи, машиностроении, информационных и космических технологиях, медицине, сельском хозяйстве, и, разумеется, оборонной промышленности. Прогресс в физике магнитных явлений, произошедший в 20-м веке, связанный с развитием квантовой механики, позволил объяснить многие физические явления, предсказать новые эффекты и сделать существенный технологический прорыв [1].

В 1928 году Гейзенберг предположил, что магнетизм в твердых телах обусловлен наличием атомов переходного металла или редкоземельного элемента с частично заполненными и спин-поляризованными электронными оболочками d или f . Действительно, практически все магнитные системы, исследованные или применяемые в устройствах, содержат переходные ионы или редкоземельные ионы. Согласно модели Гейзенберга [2] сильный магнетизм обусловлен обменным взаимодействием между спин-поляризованными электронами ближайших магнитных ионов. В рамках этой модели обменное взаимодействие описывается спиновым гамильтонианом, который учитывает билинейный спиновый инвариант вида $J_{12}(\vec{S}_1\vec{S}_2)$. Важно упомянуть то, что нарушение симметрии относительно отражения времени (т.е. $\langle \mathbf{S}_n \rangle \rightarrow -\langle \mathbf{S}_n \rangle$ при $t \rightarrow -t$) является одним из наиболее значимых свойств, которые следуют из модели Гейзенберга. Однако, необходимо отметить, что существует достаточно большой класс магнитоупорядоченных систем, для которых предсказано особое состояние, в котором даже при нулевом среднем значении спинов на узлах происходит спонтанное нарушение симметрии обусловленное квадрупольными средними. Эта особенность поведения системы становится понятна при учете анизотропии

высших спиновых корреляторов [3]. Для изотропных магнетиков такое состояние получило название спиновый нематик. Как показано в работах [4,5] претендентом на реализацию состояния «спиновый нематик» является низкоразмерный магнетик LiCuVO_4 . Возможность существования состояния «спиновый нематик» связана с наличием ненулевых мультипольных параметров порядка. Такие параметры порядка определяются, как средние от произведения компонент спиновых операторов для узла n . Эти средние значения можно представить в виде $\langle S_{\alpha_1} S_{\alpha_2} \dots S_{\alpha_i} \rangle \neq 0$, где число спиновых операторов определяется неравенством $i \leq 2S$. Здесь $i = 1$ соответствует дипольному параметру порядка, то есть среднему значению спина $\langle \mathbf{S} \rangle$, $i = 2$ – квадрупольному, то есть средним вида $\langle S^i S^j + S^j S^i \rangle$; $i, j = x, y, z$; $i \neq j$, $i = 3$ – октупольному и т.д.. Так например, наиболее простая, а, следовательно, наиболее изученная модель изотропного спинового нематика с $S=1$ была рассмотрена в работе [3]. Вопрос о реализации нематического порядка, как в одноподрешеточных, так и в двухподрешеточных системах, активно обсуждается в литературе, и связан прежде всего со спецификой квадрупольной динамики [6-15].

Необходимым критерием установления нематического состояния является равенство магнитного момента на узле нулю, а само состояние характеризуется только мультипольными параметрами порядка, в связи с чем, само явление является чисто квантовым [4]. Не покидая концепции так называемых спиновых когерентных состояний [16,17], возможность точного описания представляется только для систем в гамильтониан которых входят линейные по операторам спина слагаемые вида: $-J(\mathbf{S}_l \mathbf{S}_{l'})$, здесь \mathbf{S}_l и $\mathbf{S}_{l'}$ - операторы спинового момента на соседних узлах l и l' , J - константа билинейного обменного взаимодействия. Динамика спина для таких магнетиков описывается системой уравнений Ландау-Лифшица [16,17]. Таким образом нематические состояния могут быть реализованы в системах, которые характеризуются гамильтонианом, включающим не только билинейные слагаемые, но и биквадратичные (негейзнерговские), и другие выше спиновые инварианты. При рассмотрении

обменно-изотропной магнитной системы со спином $S=1$ была указана необходимость включаться в обменный гамильтониан биквадратичного слагаемого вида $-K(\mathbf{S}_l \mathbf{S}_{l'})^2$, где \mathbf{S}_l и $\mathbf{S}_{l'}$ - операторы спинов на соседних узлах l и l' , K - константа биквадратичного обменного взаимодействия, которая является ключевым параметром определяющим реализацию нематического состояния [3].

В виду того, что в нематическом состоянии для магнетика с $S=1$ среднее значение спина на одном узле равно нулю $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, магнитное упорядочение связано со спонтанным нарушением вращательной симметрии для квадрупольных средних вида $S_{ik} = \langle S_i S_k + S_k S_i \rangle$, $i, k = x, y, z$ [8,18]. При этом вращательная симметрия спонтанно нарушена, несмотря на инвариантность состояния относительно обращения времени, которая обусловлена упорядочением квадрупольных моментов.

Такие квадрупольные средние в спиновом пространстве представляют собой эллипсоиды. Главные оси \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_3 эллипсоидов поворотом системы координат можно выбрать таким образом, чтобы недиагональные компоненты тензора стали равны нулю $\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle = 0$ при $i \neq k$, $i, k = 1, 2, 3$. В результате главные полуоси эллипсоида будут равны $\langle S_1^2 \rangle$, $\langle S_2^2 \rangle$ и $\langle S_3^2 \rangle$. Можно показать, что в среднеполевом приближении при $T=0$ для системы с билинейным и биквадратичным обменными взаимодействиями состоянию спинового нематика отвечает кет-вектор $|\psi_{SN}\rangle = |0\rangle$ при $J < K$ и $J > 0$ [3]. Здесь в качестве базисных векторов с заданной проекцией спина на ось квантования OZ выбраны состояния $|-1\rangle, |0\rangle$ и $|1\rangle$. Так как в этом состоянии $\langle S_x^2 \rangle = \langle S_y^2 \rangle = 1$, $\langle S_z^2 \rangle = 0$ квадрупольный эллипсоид в спиновом пространстве будет представлять собой плоский диск. Для описания квадрупольного эллипсоида можно ввести вектор-директор. Чтобы понять смысл вектора-директора проведем аналогию с параметра Де Жена, классически используемого при описании нематических фаз, возникающих в жидких кристаллах [19]. В случае магнитно упорядоченных нематических фаз вектор-директор можно рассматривать в качестве квантового аналога параметра

Де Жена. В случае, когда взаимодействие исследуемой системы является изотропным, направление вектора-директора наиболее удачно будет выбрать вдоль оси симметрии вращения квадрупольного эллипсоида. В связи с этим, фазовые состояния характеризующиеся с помощью \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$ векторов становятся неразличимы в силу свойств симметрии.

Если рассмотреть магнетик описываемый отрицательным билинейным обменным интегралом $J < 0$, то можно показать, что в такой системе возможна реализация состояний с двумя различными магнитными подрешетками. Так общеизвестно, что, если модуль константы билинейного обменного взаимодействия больше модуля биквадратичного, магнетик проявляет антиферромагнитные свойства. В противоположном появляется возможность разбиения системы на две подрешетки, однако делает энергетически невыгодной антиферромагнитную фазу. В результате, в среднеполевом приближении в системе возникает нетривиальная фаза, т.н. состояние ортогонального нематика. В этом состоянии среднее от спина на каждом узле равно нулю, а векторы директоры, принадлежащие различным подрешеткам ортогональны [20-22]. В среднеполевом приближении удалось доказать устойчивость этого двухподрешеточного состояния для магнетиков с квадратной решеткой [22] и для треугольной решетки (трехподрешеточного магнетика) [23,24]. Однако, для одномерного магнетика вопрос об устойчивости ортогонального нематического состояния пока остается открытым, и в источниках упоминается как «semiorordered», т.е. не полностью упорядоченное [8], поскольку существует три направления вектора-директора \mathbf{n} . Для изотропного спинового нематика была показана возможность фазовых переходов между состоянием ортогонального нематика и антиферромагнитным состоянием, которые связаны с изменением соотношения между обменными интегралами J/K , и такие фазовые переходы проваляются, как вырожденные переходы I-го рода [22].

В последнее время эти необычные магнитные состояния с тензорным упорядочением активно исследуются в кристаллических магнетиках [6,7], причем не только в трехмерных, но и низкоразмерных системах [8,18,20,25]. Рост

интереса к подобного рода исследованиям связан также с исследованием Бозе-конденсата нейтральных атомов щелочных металлов [26-28] в оптических ловушках [26]. В такого рода экспериментах путем изменения параметров ловушек можно добиться активного проявления негејзенберговских взаимодействий спинов. Причем нематические состояния устойчивы только при наличии таких негејзенберговских взаимодействий, таким образом необходимое условие устойчивости нематических фаз - это наличие биквадратичного обменного взаимодействия [28].

Отметим, что модель спинового нематика рассмотренная выше принципиально отличается от модели негејзенберговских магнетиков с сильной одноионной анизотропией типа $\beta(S^z)^2$, которая активно исследуется в последние годы [6,29-32]. В рамках этой модели возможен эффект квантового сокращения спина, если константа анизотропии сравнима с билинейным обменным взаимодействием $\beta \sim J$. Подобные магнетики выделяются как статическими, так и динамическими специфическими свойствами. В частности, даже при стремящейся к нулю температуре возникают фазы, намагниченность которых не насыщена или равна нулю. Динамические же свойства обладают одной особенностью, заключающейся в том, что помимо поперечных колебаний магнитного момента возникают также особый тип возбуждений – продольные магноны – в которых модуль магнитного момента изменяется по длине [33,34]. Таким образом, в магнетиках с одноионной анизотропией типа «легкая плоскость» возможны условия, при которых состояние с $\langle S \rangle = 0$ является основным. Строго говоря, рассматриваемые состояния называть чистыми нематиками нельзя, если взять во внимание то, что главная ось эллипсоида имеет ту же ориентацию, что и оси анизотропии, а полуоси перпендикулярные этой оси равны, то есть симметрия квадрупольных средних является чисто одноосной. Таким образом симметрия этого состояния совпадает с симметрией парамагнетика. В ряде работ одноосные магнетики с такими свойствами называют ван-флековскими парамагнетиками [31,35-37].

Кроме исследования изотропных (или сильно анизотропных) негејзенберговских магнетиков представляет интерес изучение обменно-анизотропных негејзенберговских магнетиков. Наиболее простая модель, в которой учтена анизотропия обменного взаимодействия представляет собой обобщенную изинговскую модель в которой принят во внимание негејзенберговский обмен — так называемая модель Блюма–Эмери–Гриффитца [38]. Эта модель является очень интересной решёточно-спиновой моделью статистической механики, поскольку она представляет собой одну из немногих известных моделей, демонстрирующих в среднеполеовом приближении фазовые переходы различного типа, такие как непрерывный фазовый переход II-го рода, так и фазовый переход I-го рода, происходящий скачком. Благодаря этому свойству данная модель применяется для описания большого числа систем, например: смеси He(III)-He(IV), модели электронной проводимости, полупроводниковые сплавы и другие [39,40]. Модель Блюма–Эмери–Гриффитца можно обобщить для негејзенберговских магнетиков с $S = 1$ и межоионной анизотропией, более сложной, чем одноосная, что было сделано в работах [41,42]. В частности, в этих работах установлено, что анизотропное обменное взаимодействие (типа модели Изинга или XY-модели) сильно влияет как на динамические, так и на статические свойства системы, т.е. на возможность возникновения специфических фаз. Разумно предположить, что анизотропия также может корректировать условия реализации фаз. Совместное влияние межоионной и однооионной анизотропий на свойства негејзенберговских магнетиков рассмотрено в работах [43,44]. Однако описанные в указанных работах модели сводились лишь к одноосной анизотропии, т.е. исследования проводились для наиболее простых моделей как межоионной, так и однооионной анизотропий. Нашей же целью является изучение влияния анизотропного обменного взаимодействия более сложного вида, нежели в [41-44], на области устойчивости фаз негејзенберговского ферромагнетика со спином $S = 1$. При этом, необходимо оговорить, что вопрос о природе возникновения межоионной анизотропии магнитных взаимодействий выходит за рамки настоящего

исследования. Можно ожидать, что исследование комплексных и более сложных систем позволит приблизить рассматриваемые модели к реальным магнитным системам, в которых проявятся новые нетривиальные свойства. В виду учета дополнительных симметричных свойств, проявляющихся в магнетике с билинейным и биквадратичным обменным взаимодействиями, можно ожидать реализацию фазовых состояний более разнообразных по своей структуре.

Еще одна область физики магнетизма, вызывающая большой интерес, как теоретиков, так и экспериментаторов является изучение свойств ферримагнетиков [45]. Ферримагнетики представляют собой магнитные материалы, свойства которых в некотором смысле промежуточные между ферромагнетиками и антиферромагнетиками. Как и антиферромагнетики, ферримагнетики содержат магнитные подрешетки с антипараллельными магнитными моментами, и так же, как и ферромагнетики, ферримагнетики обладают ненулевой суммарной намагниченностью, которая, однако, может обращаться в ноль в точке компенсации. Ферримагнетики всегда рассматривались как важные материалы микроэлектроники, но в этих материалах постоянно обнаруживаются новые интересные свойства. В начале нашего столетия оформилась новая перспективная область фундаментальной и прикладной физики магнетизма, получившая название фемтомагнетизм. В основу этой науки легла возможность управления спиновой системой через воздействие фемтосекундными лазерными импульсами [46-48]. Для сплавов содержащих редкоземельные ионы, а именно $GdFeCo$ и $TeFeCo$, которые проявляют ферримагнитные свойства, был открыт эффект сверхбыстрого перемагничивания, происходящее за счет переворота намагниченностей происходящий, при воздействии лазерного импульса длительностью порядка нескольких пикосекунд [49,50]. Оказалось, что этот эффект напрямую связан с наличием двух подрешеток, и в формировании эффекта существенную роль играет обусловленное обменным взаимодействием изменение модулей магнитных моментов подрешеток $M_1(t)$ и $M_2(t)$, такое, что их сумма остается постоянной [50,51]. Как следствие, в формировании эффекта участвует чисто продольная динамика магнитного момента.

В новой и интенсивно развивающейся области прикладной физики магнетизма, спинтронике, в последние годы возник интерес к скомпенсированным магнетикам (см. [50-55]). Это связано с тем, что для них динамические параметры (частоты магнитного резонанса, скорости доменных стенок) являются обменно усиленными. Так, в работе [56] было показано, что спиновый ток оказывает существенное влияние на свойства магнитоупорядоченных систем с нулевым интегральным магнитным моментом, т.е. становится очевидной возможность спиновой накачки в антиферромагнетиках. В принципе, это позволяет повысить скорость работы систем записи и считывания информации [57-60], и существенно (до величин порядка терагерц) повысить рабочую частоту генераторов с накачкой спиновым током [61,62]. Однако антиферромагнетики обладают высокой чувствительностью магнитного порядка к наличию дефектов, нарушающих подрешеточную структуру кристаллического образца, что затрудняет их использование в нанофизике. С другой стороны, для ферримагнетиков типа $GdFeCo$, аморфных сплавов редкоземельных элементов с элементами группы железа, можно использовать стандартные нанотехнологии, такие же, как для классических материалов наномагнетизма, железа, никеля или пермаллоя. Давно известен тот факт, что эффекты обменного усиления динамических параметров, сходные с теми, что известны для антиферромагнетиков, имеют место для ферримагнетиков, находящихся в непосредственной близости точки компенсации подрешеток [63]. В связи с этим возникает возможность использовать ферримагнетики, находящиеся вблизи точки компенсации, для различных приборов сверхбыстрой спинтронике. В недавних работах экспериментально и теоретически исследована сверхбыстрая (со скоростями порядка км/с) динамика доменных стенок [64,65] и высокочастотная динамика ферримагнитных вихрей [66,67]. Предложена схема магнитного наногенератора на основе ферримагнетиков с накачкой спиновым током, работающего в терагерцовом диапазоне [68]. Эти обстоятельства делают детальное исследование различных

аспектов спиновой динамики ферримагнетиков практически важными и актуальными (см. недавний обзор [45]).

Важно отметить, что ряд аспектов физики ферримагнетиков изучен сравнительно слабо. В частности, выше упомянутый эффект переориентации магнитных моментов имеющий место в содержащих как слабоанизотропные ионы, так и редкоземельные ионы ферримагнетиках с большой одноионной анизотропией. В присутствии большой одноионной анизотропии возникают существенно квантовые эффекты, которые с помощью стандартной феноменологической теории описать не удаётся [69]. При строгом описании этих эффектов следует учитывать динамику тензорных параметров, которые определяются, как квантовые средние от билинейных спиновых операторов. При таком подходе уравнение Ландау–Лифшица теряет свою справедливость [6,7]. В частности, магнетик обладающий немалой одноионной анизотропией проявляет эффект квантового сокращения спина даже в условиях, когда температура близка к 0°K [29,70,71]. Эффект сокращения спина был предложен для описания сверхбыстрого продольного «переключения» спинов [72,73].

Как уже отмечалось выше, эффект квантового сокращения спина наблюдается не только в сильно анизотропных магнетиках, но и в так называемых негейзенберговских магнетиках [5,6,9-13,16,18,22,25,74-77]. В рамках модели изотропного негейзенберговского магнетика эффект квантового сокращения спина возникает только в случае преобладающего биквадратичного обменного взаимодействия. Следовательно, динамику негейзенберговского магнетика невозможно описать в рамках уравнения Ландау-Лифшица, поскольку это уравнение справедливо только для магнетиков с постоянной (при фиксированной температуре) величиной магнитного момента. При этом, динамика негейзенберговских магнетиков будет определяться не только «поперечной», но и продольной динамикой магнитного момента, и эта продольная динамика магнитного момента играет важную роль при определении свойств негейзенберговских магнетиков.

В связи с этим, представляет интерес исследовать фазовые состояния и динамические свойства изотропного негејзенберговского ферримагнетика в котором одна из подрешеток имеет спин магнитного иона равный единице, а вторая - спин $\frac{1}{2}$. При этом в подрешетке со спином единица учитывается не только билинейное обменное взаимодействие, но и биквадратичное. В одноподрешеточных магнетиках или магнетиках с эквивалентными подрешетками с $S \geq 1$ учет высших спиновых инвариантов приводит, при определенных условиях, к возникновению состояния в котором параметр дипольного порядка приобретает нулевое значение, а это состояние характеризуется спиновыми квадрупольными параметрами $S_{ik} = \langle S_i S_k + S_k S_i \rangle$, $i, k = x, y, z$ (для $S=1$) или более сложными мультипольными средними (для $S > 1$) [10,29]. Возникновение этого состояния связано с влиянием большого биквадратичного обменного взаимодействия (сравнимого, или даже превосходящего билинейное обменное взаимодействие). При этом большое биквадратичное взаимодействие приводит к квантовому сокращению спину и возникновению продольной динамики в системе.

Таким образом, учет негејзенберговского обменного взаимодействия в ферримагнетике может приводить к возникновению квантовых эффектов, и как следствие, к проявлению специфических фазовых состояний. Эти эффекты практически не исследованы; отметим только работы [78,79], в которых проводился анализ основных состояний и спектров точно решаемых одномерных моделей типа спиновых цепочек. В виду того, что в ферримагнетиках при лазерной переориентации основная стадия процесса происходит в течении малого времени для которого температура остаётся практически постоянной, заключим, что понимание роли квантовой редукции спина может оказаться существенным для описания эффекта.

Таким образом, из всего выше сказанного можно сделать вывод, что тема данной диссертационной работы представляет интерес как для решения некоторых фундаментальных вопросов физики конденсированного состояния, так и для решения прикладных задач, что и определяет **актуальность** данной работы.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Работа была выполнена на кафедре теоретической физики Физико-технического института Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского. Исследования, входящие в содержание диссертации, были выполнены в рамках следующих проектов РФФИ:

- Проект 16-02-00069 «Линейная и нелинейная динамика негейзенберговских магнетиков» (код проекта А), 2016-2018 гг.
- Проект 16-32-00098 «Влияние структуры кристаллической решетки на магнитные свойства изотропных и обменно анизотропных спиновых нематиков» (код проекта мол_a), 2016 г.
- Проект 17-42-92007 «Фазовые состояния негейзенберговских многоподрешеточных магнетиков» (код проекта р_a), 2017-2019 гг.
- Проект 20-42-910003 «Динамические и статические свойства сильно анизотропных антиферро- и ферримагнетиков» (код проекта р_a), 2020 г.

Цель и задачи исследования. Цель данной диссертационной работы заключается в теоретическом исследовании фазовых состояний, спектров элементарных возбуждений и описании фазовой картины негейзенберговских магнетиков с учетом влияния анизотропии обменного взаимодействия, а так же изотропного и анизотропного (изинговского) ферримагнетика с подрешетками $S=1$ и $\sigma = \frac{1}{2}$. В соответствии с основной целью работы были поставлены и решены следующие задачи:

1. Определить фазовые состояния, реализуемые в одно- и двухподрешеточном негейзенберговском магнетике со сложной межюнной анизотропией и спином магнитного иона $S=1$.
2. Исследовать влияние анизотропии обменного взаимодействия на динамические свойства одно- и двухподрешеточного негейзенберговского магнетика со спином магнитного иона $S=1$.

3. Определить фазовые состояния, статические и динамические свойства изотропного ферромагнетика с учетом влияния биквадратичного обменного взаимодействия в одной из подрешеток.
4. Определить фазовые состояния, статические и динамические свойства ферромагнетика с анизотропным межподрешеточным взаимодействием и учетом биквадратичного обменного взаимодействия в одной из подрешеток.

Объектом исследования являются обменно-анизотропные негејзенберговские магнетики, изотропные и обменно-анизотропные негејзенберговские ферромагнетики.

Предметом исследования являются фазовые состояния, статические и динамические свойства изотропных и обменно-анизотропных негејзенберговских ферро-, антиферро- и ферромагнетиков.

Методы исследования.

Для описания систем, которые характеризуются как дипольными, так и тензорными параметрами порядка наиболее удобна диаграммная техника для операторов Хаббарда. Данный метод применим как для одно-, так и для двухподрешеточных магнетиков с произвольным видом обменных взаимодействий.

При определении спектров элементарных возбуждений негејзенберговских обменно анизотропных ферромагнетика и антиферромагнетика была использована диаграммная техника для функций Грина. Для определения динамических свойств системы ферромагнетика с ($S=1$; $S=1/2$) был применен метод бозонизации, который основан на построении бозе-аналога гамильтониана в терминах операторов Хаббарда[80,81].

Приводимые в этой работе результаты были получены аналитически, и прошли проверку при сравнении с уже опубликованными решениями и результатами полученными численными методами и в результате экспериментах. Также проведена проверка при переходе к предельным случаям. Решения некоторых дисперсионных уравнений осуществлялось с использованием

численных методов. Кроме того, для визуализации некоторых фазовых диаграмм были так же использованы численные методы анализа. Однако, не смотря на этот факт, результаты носят фундаментальный характер.

Научная новизна полученных результатов. Все поставленные в рамках данной диссертационной работы задачи были сформулированы и решены впервые. Как результат решения этих задач были получены следующие новые результаты:

1. Впервые было показано, что в негеизенберговском ферромагнетике со сложной межионной анизотропией возможна реализация нематического состояния особого типа – угловой нематической фазы. Кроме того, при определенных соотношениях материальных параметров возможна реализация и угловой ферромагнитной фазы.
2. Впервые показано, что в рассматриваемой модели негеизенберговского антиферромагнетика со сложной межионной анизотропией возможна реализация так называемого углового ортогонально-нематического состояния (ON_{\perp}), имеющего специфический геометрический образ. Реализация этого состояния невозможна в изотропном негеизенберговском магнетике с $S=1$. Кроме этого состояния возможно существование еще двух ортогонально-нематических фаз (ON_1 и ON_2), которые в случае изотропного спинового нематика являются вырожденными.
3. Впервые показано, что понятие ориентационного фазового перехода справедливо для двухподрешеточных систем с тензорными компонентами параметра порядка. Анализ динамических и статических свойств системы в случае реализации ортогонально-нематических фаз показал, что фазовые переходы между ортогонально-нематическими фазами при изменении материальных параметров магнетика по своему характеру близки к ориентационным фазовым переходам.
4. Впервые исследованы статические и динамические свойства как изотропного, так и изингоподобного ферримагнетика с учетом влияния

высших спиновых инвариантов (биквадратичного обменного взаимодействия) в одной из подрешеток. Учет влияния биквадратичного обменного взаимодействия приводит к тому, что в ферримагнетике возможна реализация фаз как с дипольными параметрами порядка (ферримагнитная), так и тензорных фаз, которые характеризуются как дипольными, так и квадрупольными параметрами порядка. Необходимо отметить, состояние спинового нематика в рассматриваемой системе не реализуется, поскольку подрешетка с билинейным обменным взаимодействием играет роль «подмагничивающего» поля, которое не позволяет «сократить» среднее значение магнитного момента в первой подрешетке до нуля.

Научные положения выносимые на защиту:

1. В негезенберговском ферромагнетике со сложной межионной анизотропией возможна реализация угловой нематической фазы и угловой ферромагнитной фазы. Анизотропия обменного взаимодействия снимает вырождение нематических состояний.
2. В негейзенберговском антиферромагнетике со сложной межионной анизотропией возможна реализация углового ортогонально-нематического состояния и двух различных ортогонально-нематических фаз. Вырождение ортогонально-нематических фаз снимается влиянием межионной анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия.
3. Для изотропного и изингоподобного негейзенберговского ферримагнетика возможна реализация фаз как с дипольными параметрами порядка (ферримагнитная), так и фаз, которые характеризуются как дипольными, так и квадрупольными параметрами порядка (квадрупольно-ферримагнитная фаза).
4. Фазовый переход между дипольной фазой и квадрупольно-ферримагнитной как для изотропного, так и изингоподобного ферримагнетика является фазовым переходом второго рода. В области

реализации квадрупольно-ферримагнитной фазы существует линия компенсации магнитных моментов подрешеток.

Достоверность полученных результатов обусловлена адекватным выбором использованных методов анализа магнитоупорядоченных систем, как с точки зрения корректности математических вычислений, так и с точки зрения применимости физических законов в рамках описываемых задач. Выбранный подход к описанию свойств сложных систем позволяет провести проверку предельным переходом к системам более простым, поведение которых описано и общеизвестно. Кроме того, полученные результаты хорошо коррелируют с данными экспериментов.

Научная и практическая ценность полученных результатов.

Исследованные магнитоупорядоченные системы в представленной диссертационной работе получили наиболее полное и универсальное описание свойств при различных параметрах обменных интегралов и анизотропии обменного взаимодействия. Описаны все фазовые состояния, реализуемые для каждой из систем. Этот факт дает возможность утверждать, что представленные результаты можно использовать при создании магнитных материалов специфических заранее заданных свойств. Поскольку результаты исследования хорошо коррелируют с результатами экспериментов, их можно использовать для обоснования и интерпретации экспериментальных данных.

Исследование динамических свойств ферримагнетиков актуально в связи с обнаружением в сплавах редкоземельных и переходных металлов явления сверхбыстрого переворота намагниченностей подрешеток под действием лазерного импульса с длительностью не больше 100 фемтосекунд.

Апробация результатов диссертации.

Результаты, представляемые к защите, докладывались на научных международных конференциях, таких как International Conference “Functional Materials” ICFM’13. Ukraine, Crimea, Partenit, 2013; Proceedings of the international conference nanomaterials: applications and properties 2013, Alushta, Ukraine.

Результаты исследований свойств обменно-анизотропного ферромагнетика докладывались на конференции «International Symposium Spin Waves» 2015, Sankt-Petersburg. Результаты исследования влияния анизотропии обменного взаимодействия на фазовые состояния негейзенберговского антиферромагнетика были представлены на конференциях «Moscow International Symposium on Magnetism 2017» и «Новое в магнетизме и магнитных материалах 2018». Москва. Также, результаты диссертации были представлены на научных семинарах Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского (Симферополь).

Публикации.

Предоставляемые к защите результаты были опубликованы в 6 статьях в журналах, входящих в список ВАК Российской Федерации и наукометрические базы данных SCOPUS и Web of Science, а также в докладах, опубликованных в материалах конференций.

Личный вклад автора.

Автор принимала активное участие в постановке задач, их решении, а также в интерпретации и анализе полученных результатов. В работе [82] автором выполнен анализ свободной энергии, а также определены спектры элементарных возбуждений в нематических осевой и плоскостной фазах, определены фазовые состояния и линии потери устойчивости этих фаз. В работе [83] автор исследовала спектры элементарных возбуждений в изингоподобном негейзенберговском ферромагнетике. В работе [84] автором было получено и аналитически решено дисперсионное уравнение ферромагнетика с большой анизотропией в квадрупольной фазе. В работах [85,86] участвовала в анализе плотности свободной энергии как изотропного так и анизотропного негейзенберговского ферромагнетика с подрешетками $S=1$ и $\sigma=1/2$, строила бозевский аналог гамильтониана системы, определяла спектры возбуждений в квадрупольно-ферромагнитном состоянии.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 разделов, заключения и списка используемых источников из 117 наименований. Общий объем диссертации составляет 121 страница текста с 15 рисунками.

Во **введении** проведен анализ проблемы, раскрывается ее значимость на сегодняшний день; сформулированы и поставлены цели и задачи исследований; уточняется достоверность и область применения полученных результатов.

В **первом разделе** исследуется модель негейзенберговского ферромагнетика со сложной межионной анизотропией и спином магнитного иона $S=1$. Рассматриваются возможные фазовые состояния и условия их реализации в зависимости от соотношения между параметрами системы. В частности, показывается возможность существования нематических состояний для негейзенберговского ферромагнетика со сложной межионной анизотропией. Определены соотношения материальных параметров, при которых возможна реализация особого фазового состояния - угловой нематической фазы. Показано, что учет анизотропии обменного взаимодействия приводит к снятию вырождения нематических состояний, которые при переходе к изотропному случаю становятся неразличимы. Определены спектры элементарных возбуждений для каждого из реализуемых состояний. Также определяется тип каждого из возможных в системе фазовых переходов. В зависимости от соотношений между параметрами анизотропии и величинами обменных интегралов строятся сечения фазовой диаграммы системы.

Во **втором разделе** рассматривается модель негейзенберговского антиферромагнетика с учетом возможности разбиения на две эквивалентные магнитные подрешетки. Определены условия реализации углового ортогонально-нематического состояния (ON_{\angle}), реализация которого невозможна в изотропном негейзенберговском магнетике с $S=1$. Исследованы условия устойчивого существования двух ортогонально-нематических фаз (ON_1 и ON_2), которые в случае изотропного спинового нематика являются вырожденными. Определены спектры элементарных возбуждений в каждом из состояний и типы фазовых переходов. Также построена фазовая диаграмма справедливая для различных соотношений материальных параметров системы. В последнем подразделе определяются типы фазовых переходов между ортогонально-нематическими фазами и между антиферромагнитными - ортогонально-нематическими фазами.

В третьем разделе исследовано влияния биквадратичного обменного взаимодействия в одной из подрешеток на статические и динамические свойства негейзенберговского изотропного, и изингоподобного ферримагнетика. Определены фазовые состояния, реализуемые в системе, и условия, при которых возможны фазовые переходы между ними. Показано, что учет биквадратичного обменного взаимодействия в одной из подрешеток приводит к тому, что в системе реализуется как ферримагнитная фаза, характеризующаяся дипольными параметрами порядка, так и квадрупольно-ферримагнитная фаза, которая характеризуется как дипольными, так и квадрупольными параметрами порядка. Также определена линия компенсации магнитных моментов подрешеток в квадрупольно ферримагнитной фазе. Показано, что фазовый переход между дипольной фазой и квадрупольно-ферримагнитной фазой является фазовым переходом второго рода. Построена фазовая диаграмма, как для изотропного ферримагнетика, так и для анизотропного.

В заключении представлены основные результаты, полученные в диссертационной работе.

РАЗДЕЛ 1. Динамические и статические свойства негейзенберговского ферромагнетика со сложной межионной анизотропией

В последние годы большое внимание уделяется изучению магнитоупорядоченных систем с не совсем обычными свойствами. Под «необычными» свойствами мы имеем в виду реализацию состояний, принципиально отличающихся от дипольного (ферро- или антиферромагнитного упорядочения). К таким состояниям относятся, например, фаза Холдейна в одномерных антиферромагнетиках [87,88], квадрупольные фазы (квадрупольно-ферромагнитные или квадрупольно-антиферромагнитные), возникающие в так называемых ван-флековских магнетиках или магнетиках с большой одноионной анизотропией [89], спиновые нематики, реализуемые в изотропных негейзенберговских магнетиках [90]. Этот интерес связан не только с решением фундаментальных задач теории магнетизма, но и с решением широкого класса прикладных задач [91].

Данный раздел диссертации посвящен исследованию условий реализации нематических состояний в негейзенберговском ферромагнетике с $S=1$ и сложной межионной анизотропией. Как отмечалось во введении, под термином «негейзенберговские магнетики» мы понимаем магнитоупорядоченные системы, в обменном гамильтониане которых учитываются все возможные спиновые инварианты представленные в виде $(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^{2S}$, где S – величина спина магнитного иона [7]. В результате гамильтониан, применяемый для описания негейзенберговского магнетика с $S=1$, имеет довольно простой вид (см., например, [22]). Однако, кроме изучения влияния спиновых инвариантов второй и большей степени в обменном гамильтониане на устойчивые фазовые состояния изотропных магнетиков, представляет интерес изучение обменно-анизотропных спиновых систем, поскольку такие модели ближе к реальности, и позволяют применить полученные результаты к описанию фазовых состояний реальных

систем. В качестве примера модели, в гамильтониане которой были бы включены тензорные взаимодействия, можно привести модель Блюма-Эмери-Гриффитца, которая является обобщением модели Изинга, в которой учитывается биквадратичное обменное взаимодействие [38]. Используя эту модель представилось возможным описать фазовые состояния непосредственно вблизи критической точки смеси He(III)-He(IV) [39,40]. В работах [41,42] сделана попытка обобщить модель Блюма-Эмери-Гриффитца на негейзенберговские магнетики с $S=1$, с анизотропией более сложной симметрии, чем одноосная.

Цель первого раздела диссертации состоит в исследовании влияния, которое оказывает анизотропия межюнного взаимодействия более сложной симметрии чем в [22] на фазовые состояния негейзенберговского ферромагнетика со спином магнитного иона $S=1$. В рамках исследования ожидается, что учет анизотропии не только билинейного, но биквадратичного обменных взаимодействий может стать фактором возникновения специфических фазовых состояний и неожиданных динамических свойств, обусловленных учетом тензорных параметров порядка.

1.1. Модель. Анализ свободной энергии

В качестве модели выберем трехмерный ферромагнетик, в котором учтен как билинейное, так и негейзенберговское биквадратичное обменные взаимодействия в гамильтониане. Чтобы такое рассмотрение было правомерным выберем минимально необходимое значение спина магнитного иона равное единице $S=1$. Также учтем анизотропию обменного взаимодействия комбинированного типа, так что гамильтониан рассматриваемой модели можно записать в виде:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} J(n-n') \left[S_n^z S_{n'}^z + \Delta \left(S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y \right) \right] - \frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} K(n-n') \left[\frac{1}{3} O_{2n}^0 O_{2n'}^0 + \Delta_1 \left(O_{2n}^{zx} O_{2n'}^{zx} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz} \right) + \Delta_2 \left(O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} \right) \right] \quad (1.1)$$

где $J(n-n')$ и $K(n-n')$ – константы билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий, соответственно; безразмерные $\Delta, \Delta_1, \Delta_2$ – параметры межюнной

анизотропии. Причем, в этом разделе мы рассмотрим две возможные ситуации: $\Delta, \Delta_1, \Delta_2 > 0$ и $\Delta, \Delta_1, \Delta_2 < 0$.

Вначале исследуем случай когда все параметры межионной анизотропии положительны ($\Delta, \Delta_1, \Delta_2 > 0$).

В гамильтониане (1.1) операторы $O_2^i (i=0, 2, zx, yx, zy)$ - операторы Стивенса [92], которые в контексте данной задачи являются наиболее удобными для представления гамильтониана, поскольку являются генераторами группы $SO(3)$, и реализуют полный набор динамических переменных. Связь операторов Стивенса со спиновыми операторами можно представить следующим образом:

$$O_2^0 = 3(S^z)^2 - S(S+1); O_2^2 = (S^x)^2 - (S^y)^2; O_2^{ij} = S^i S^j + S^j S^i; i, j = x, y, z; i \neq j$$

Для данной задачи в качестве динамических переменных удобно выбрать три спиновых переменных S^x, S^y, S^z и пять квадрупольных $O_2^0, O_2^2, O_2^{xz}, O_2^{xy}, O_2^{yz}$. Очевидно, что средние значения этих динамических переменных являются параметрами порядка системы [17].

Исследование свойства магнетика, описываемого гамильтонианом (1.1) будем проводить в области температур много меньше температуры Кюри ($T \ll T_c$, T_c – температура Кюри), так как непосредственно в этом температурном интервале максимально сильно выражаются квантовые свойства системы.

При рассмотрении данной модели важно подчеркнуть, что гамильтониан (1.1) имеет достаточно общий вид. Так, при $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = 1$ гамильтониан (1.1) описывает изотропный негейзенберговский ферромагнетик со спином магнитного иона единица. Свойства такой системы достаточно подробно изучены как для магнетиков с кубической, так и треугольной кристаллической решеткой [23,24,93]. Предположим, что все параметры межионной анизотропии равны нулю, тогда гамильтониан (1.1) переходит в гамильтониан модели Блюма-Эмери-Гриффитса [38], т.е. обобщенной модели Изинга, в которой учтено биквадратичное обменное взаимодействие. Это одна из немногих известных моделей в которой возможен как непрерывный фазовый переход второго рода, так

и фазовый переход первого рода. Из-за этого свойства модель нашла обширное применение и используется для описания многих магнитных систем. Одним из примеров таких систем является смесь Ne(III)-Ne(IV) наблюдаемая в окрестности критической точки. Если же параметры межионной анизотропии достаточно велики ($1/\Delta, 1/\Delta_2 \rightarrow 0$), то гамильтониан описывает XY-модель. Таким образом, рассматриваемая в данном разделе модель имеет достаточно общую структуру, включающую в себя свойства различных теоретических моделей магнитоупорядоченных материалов.

Рассмотрим вначале наиболее простой, но и наиболее интересный случай, когда все значения параметров межионной анизотропии больше нуля ($\Delta, \Delta_1, \Delta_2 > 0$).

Анизотропия в обменной части гамильтониана влияет на симметрию системы таким образом, что энергетически выгодным становится направление магнитного момента под некоторым углом θ к оси OZ . Свобода выбора системы отсчета относительно кристаллографических осей [21] позволяет ввести такую систему координат, в которой параметры порядка были бы действительными, в результате чего мнимые части параметров порядка станут нулевыми:

$\langle S^y \rangle = \langle O_2^{xy} \rangle = \langle O_2^{yz} \rangle = 0$. Используя унитарное преобразование

$U(\theta) = \prod_k \exp(i\theta S_k^y)$ перейдем в собственную систему отсчета, в которой

магнитный момент для каждого узла параллелен оси OZ . Эти преобразования приводят к зависимости гамильтониана (1.1) от параметра θ :

$$\tilde{H}(\theta) \rightarrow U(\theta) H U^+(\theta),$$

$$\begin{aligned}
\tilde{H}(\theta) = & -\frac{1}{2} \sum_{n' \neq n} J_{nn'} \left[(\Delta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta) S_n^x S_{n'}^x + \Delta S_n^y S_{n'}^y + (\Delta \sin^2 \theta + \cos^2 \theta) S_n^z S_{n'}^z + \right. \\
& + \frac{1}{2} \sin 2\theta (1 - \Delta) (S_n^z S_{n'}^x + S_n^x S_{n'}^z) \left. \right] - \frac{1}{2} \sum_{n' \neq n} K_{nn'} \left[\frac{1}{3} O_{2n}^0 O_{2n'}^0 \left(1 - \frac{3}{2} m \sin^2 2\theta - 3n \sin^2 \theta \right) + \right. \\
& + O_{2n}^2 O_{2n'}^2 \left(\Delta_2 - \frac{1}{2} m \sin^2 2\theta + 3n \sin^2 \theta \right) + O_{2n}^2 O_{2n'}^0 (m \sin^2 2\theta - 2n \sin^2 \theta) + O_{2n}^{zx} O_{2n'}^2 (3n \sin 2\theta - m \sin 4\theta) + \\
& + O_{2n}^{zx} O_{2n'}^0 (m \sin 4\theta + n \sin 2\theta) + O_{2n}^{zy} O_{2n'}^{zy} (\Delta_1 \cos^2 \theta + \Delta_2 \sin^2 \theta) + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} (\Delta_1 \sin^2 \theta + \Delta_2 \cos^2 \theta) + \\
& \left. + \frac{1}{2} (O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{zy} + O_{2n}^{zy} O_{2n'}^{xy}) \sin 2\theta (\Delta_1 - \Delta_2) + O_{2n}^{zx} O_{2n'}^{zx} (2m \sin^2 2\theta + \Delta_1) \right],
\end{aligned} \tag{1.2}$$

где $m = (3 + \Delta_2 - 4\Delta_1)/8$, $n = (1 - \Delta_2)/4$.

Проводя процедуру выделения среднего поля в гамальтониане, которая проходит как в билинейной части гамильтониана по векторным параметром порядка $\langle S^z \rangle$, так и в биквадратичной части связанной с тензорным параметрами порядка $q_2^t = \langle O_2^t \rangle$, запишем одноузельный гамильтониан в виде:

$$H_o(n) = -B_2^0 O_{2n}^0 - B_2^2 O_{2n}^2 - B_2^{zx} O_{2n}^{zx} - H_z S_n^z - H_x S_n^x \tag{1.3}$$

где $H_z = J_0 \langle S \rangle (\Delta \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$, $H_x = J_0 \langle S \rangle \cos \theta \sin \theta (1 - \Delta)$, а коэффициенты B_2^{zx}, B_2^0, B_2^2 являются функциями квадрупольных параметров $q_2^t = \langle O_2^t \rangle$ ($t = zx, 0, 2$) и константы биквадратичного обменного взаимодействия K_0 , при этом $J_0 = \sum_{n, n'} J_{n, n'}$, $K_0 = \sum_{n, n'} K_{n, n'}$ - нулевые фурье-компоненты билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий, соответственно. Здесь учтено то обстоятельство, что при унитарном повороте средние значения $\langle S^x \rangle = \langle S^y \rangle = \langle O_2^{xy} \rangle = \langle O_2^{zy} \rangle = 0$.

Операцию диагонализации гамильтониана (1.3) проведем используя метод который базируется на диаграммной технике для операторов Хаббарда. Подробно этот метода описан в работе [94]. На базисе собственных функций оператора S^z построим так называемые операторы в атомном представлении (операторы Хаббарда). Как уже отмечалось, эти операторы связаны с собственным базисом

оператора следующим образом $X^{ij} = |i\rangle\langle j|$, и, как легко видеть описывают переход магнитного иона из состояния $|i\rangle$ в состояние $|j\rangle$ [95]. Опираясь на определение операторов Хаббарда можно получить их связь со спиновыми операторами:

$$2S^z = [S^+, S^-]_-; S^+ = \sqrt{2}(X^{0-1} + X^{10}); S^- = (S^+)^+.$$

В результате исходный гамильтониан (1.3) можно будет представить в рамках алгебры операторов Хаббарда следующим образом:

$$H_0 = \sum_n \varepsilon_n X^{nn} + \sum_{n \neq m} V_{nm} X^{nm}, V_{ji} = (V_{ij})^*, \quad (1.4)$$

где ε_n – «затравочный» спектр соответствующий состоянию $|n\rangle$; V_{nm} – амплитуды недиагональных слагаемых гамильтониана. Чтобы узнать точный вид энергетических уровней с помощью унитарного поворота приведем гамильтониан (1.4) к диагональному виду.

Процедуру диагонализации одноузельного гамильтониана удобно провести воспользовавшись методом u-v преобразований Боголюбова [94] $U_{mm}(\alpha) = \exp\{\alpha X^{mm} - \alpha^* X^{mm}\}$ ($m, n=1, 0, -1$) [96]. Приведем явный вид унитарных преобразований:

$$\begin{aligned} U_{-1-1}(\alpha) &= 1 + (\cos \alpha - 1)(X^{11} + X^{-1-1}) + \sin \alpha (e^{i\varphi} X^{1-1} - e^{-i\varphi} X^{-11}); \\ U_{10}(\gamma) &= 1 + (\cos \gamma - 1)(X^{11} + X^{00}) + \sin \gamma (e^{i\sigma} X^{10} - e^{-i\sigma} X^{01}); \\ U_{0-1}(\delta) &= 1 + (\cos \delta - 1)(X^{00} + X^{-1-1}) + \sin \delta (e^{i\xi} X^{0-1} - e^{-i\xi} X^{-10}). \end{aligned}$$

Из условия равенства нулю диагональных амплитуд можно получить систему уравнений на параметры унитарных преобразований α, β, γ :

$$\tilde{V}_{ij}(\alpha, \delta, \gamma) = U(\alpha, \delta, \gamma) V_{ij} U^+(\alpha, \delta, \gamma) = 0$$

В результате диагонализации гамильтониан (1.4) представим в виде:

$$H_0 = \sum_i E_i X^{ii}. \quad (1.5)$$

Решения стационарного уравнения Шредингера с одноузельные гамильтонианом (1.5) позволяет построить базис собственных функций:

$$|\psi_1\rangle = \sin \beta |0\rangle + \cos \beta (\cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle),$$

$$\begin{aligned}
|\psi_0\rangle &= \cos\beta|0\rangle - \sin\beta(\cos\alpha|1\rangle + \sin\alpha|-1\rangle), \\
|\psi_{-1}\rangle &= \cos\alpha|-1\rangle - \sin\alpha|1\rangle.
\end{aligned}
\tag{1.6}$$

В базисе собственных функций (1.6) вид одноузельного гамильтониана становится диагональным. Далее необходимо в этом же базисе найти вид параметров порядка, которые определяются из связи операторов Хаббарда со спиновыми операторами. В результате спиновые средние, определенные через параметры α и β унитарного преобразования примут вид:

$$\begin{aligned}
\langle S^z \rangle &= \cos^2\beta \cos 2\alpha, \quad q_2^0 = 3\cos^2\beta - 2, \\
q_2^2 &= \cos^2\beta \sin 2\alpha, \quad q_2^{zx} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\beta (\cos\alpha - \sin\alpha), \\
\langle S^x \rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\alpha + \sin\alpha) \sin 2\beta.
\end{aligned}$$

Необходимо отметить, что в собственной системе координат параметр порядка $\langle S^x \rangle$ равен нулю. Тогда, из условия $\langle S^x \rangle = 0$ определим, что $\beta = 0$. Условие $\langle S^x \rangle = 0$ приводит к ещё одному решению: $\alpha = -\pi/4$ или $\beta = \pi/2$, однако в этом случае в ноль обращается не только $\langle S^x \rangle = 0$, но и $\langle S^z \rangle = 0$, поэтому это решение в расчёт брать не будем, так как это приведёт к потере решений для ферромагнитно упорядочения. Таким образом, запишем параметры порядка в собственной системе координат в виде:

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha, \quad q_2^2 = \sin 2\alpha, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^{zx} = 0.
\tag{1.7}$$

Как известно в области температур стремящихся к нулю ($F = E - TS; T \rightarrow 0$) свободная энергия близка к внутренней (магнитной) энергии, т.е. энергии основного состояния. Поскольку рассмотрение системы ведётся области температур много меньше температуры Кюри $T \ll T_c$, плотность свободной энергии, с учетом параметров порядка (1.7), можно выразить в следующем виде:

$$F = \frac{1}{8} K_0 \sin^4 \theta (4\Delta_1 - \Delta_2 - 3)(\sin 2\alpha - 1)^2 + \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha (K_0 \Delta_2 - J_0) + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left[J_0 (1 - \Delta) \cos^2 2\alpha + K_0 (1 - \Delta_1 + (\Delta_1 - \Delta_2) \sin 2\alpha) (1 - \sin 2\alpha) \right]. \quad (1.8)$$

Исследование плотности свободной энергии (1.8) дает возможность установить, какие фазовые состояния реализуются в системе и установить границы реализации этих состояний в зависимости от соотношения между материальными параметрами.

Установлено, что в случае превосходящего билинейного обменного взаимодействия ($J_0 > K_0$) в изотропном негейзенберговском магнетике устанавливается ферромагнитная фаза [21,22]. Это условие может быть скорректировано введением в гамильтониан анизотропии обменного взаимодействия.

Прежде чем переходить к анализу плотности свободной энергии (1.8), рассмотрим поведение макроскопической энергии системы. Для этого усредним гамильтониан исследуемого ферромагнетика (1.2) по основному состоянию (с учетом $\beta = 0$):

$$W = \langle \psi_1 | \tilde{H}(\theta) | \psi_1 \rangle = W_0 + (Jm_0^2(1-\Delta) + 4Km_0^4(1-\Delta_1)) \sin^2 \theta + Km_0^4(4\Delta_1 - 3 - \Delta_2) \sin^4 \theta,$$

где W_0 – плотность феноменологической энергии, не зависящая от угла θ , $m_0 = \sum_n \langle S \rangle$ – модуль магнитного момента единицы объема ферромагнетика.

Анализ макроскопической энергии ферромагнетика позволяет определить некоторые фазовые состояния системы. Так, при $\theta = 0$ в системе реализуется состояние с вектором магнитного момента, параллельном оси OZ, а при $\theta = \pi/2$ магнитный момент лежит в плоскости, перпендикулярной оси OZ. Кроме того, при $\Delta > 1$, $\Delta_1 > 1$ и $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 > 0$ вектору магнитного момента выгодно ориентироваться под некоторым углом θ к оси OZ. Необходимо отметить, что полученные условия реализации спиновых состояний не являются достаточными, т.е. кроме условий на угол ориентации магнитных моментов θ , должны

существовать условия на материальные параметры системы ($J, K, \Delta, \Delta_1, \Delta_2$). Из анализа плотности свободной энергии (1.8) можно выявить такие дополнительные условия.

Хорошо известно, что в изотропном негејзенберговском ферромагнетике дипольное упорядочение (ферромагнитная фаза) устанавливается при $J_0 > K_0$ [92,95]. В этом состоянии дипольный параметр порядка становится ключевой характеристикой поведения системы. Следовательно, в случае большой по модулю константы билинейного обмена по сравнению с константой биквадратичного обменного взаимодействия среднее значение спина становится практически максимальным, и как легко определить из (1.7) становится равным значению насыщения $\langle S^z \rangle = 1$ при $\alpha = 0$. Однако, поскольку направление вектора намагниченности корректируется присутствующей в системе анизотропией обменного взаимодействия Δ , возможна реализация нескольких ферромагнитно упорядоченных фаз.

Первое состояние реализуемое в системе – легкоосная ферромагнитная фаза, направление магнитного момента для которой определено вдоль оси квантования, т.е. оси OZ ($\angle \theta = 0$). При этом устойчивость свободной энергии (1.8) в этой фазе устанавливает ограничение на параметр анизотропии билинейного обменного взаимодействия – фаза устойчива только при $\Delta < 1$.

Второе устойчивое ферромагнитное состояние – легкоплоскостная ферромагнитная фаза, в которой вектор магнитного момента лежит в плоскости XOY ($\angle \theta = \pi/2$). Фаза реализуется только при $\Delta > 1$. Учет биквадратичного обменного взаимодействия приводит к тому, что стандартная легкоплоскостная фаза ΦM_{\perp} трансформируется в квадруполь-ферромагнитную плоскостную фазу $K\Phi M_{\perp}$. Её принципиальное отличие от ΦM_{\perp} фазы заключается в том, что в ней параметры порядка, как дипольные, так и квадрупольные, в зависимости от величины и соотношения материальных параметров проходят значения от минимального до максимального. Так, намагниченность достигает насыщения

$\langle S^z \rangle = 1$ при значении анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия при $\Delta_2 = 1$. Возможность манипуляции величиной магнитного момента $\langle S^z \rangle$ от нуля до единицы обусловлена эффектом квантового сокращения спина [97]. Зависимость $\langle S^z \rangle$ в $K\Phi M_{\perp}$ фазе от материальных параметров имеет вид:

$$\langle S^z \rangle = \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha_{\perp}}, \quad \sin 2\alpha_{\perp} = K_0 (\Delta_2 - 1) / (4J_0\Delta - K_0(3 + \Delta_2)). \quad (1.9)$$

Из вида свободной энергии (1.8) следует, что в системе может быть реализовано ещё одно устойчивее состояние – угловая квадрупольно ферромагнитная фаза $K\Phi M_{\angle}$, в которой также наблюдается эффект квантового сокращения спина, т.е. $\langle S^z \rangle < 1$, а магнитный момент образует угол θ с осью квантования, который меняется от 0 до $\pi/2$ в зависимости от соотношения между материальными параметрами системы. Точное значение угла можно определить из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \sin 2\alpha_{\angle} = \frac{K_0 \left((4\Delta_1 - 3 - \Delta_2) \cos^2 \theta + 1 - \Delta_2 \right) \sin^2 \theta}{K_0 \left(4\Delta_2 - (3(\Delta_2 - 1) + (3 + \Delta_2 - 4\Delta_1) \cos^2 \theta) \sin^2 \theta \right) - 4J_0 (\Delta \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)} \\ \cos 2\theta = \frac{K_0 (\Delta_2 - 1) (1 + 3 \sin 2\alpha_{\angle}) + 4J_0 (\Delta - 1) (1 + \sin 2\alpha_{\angle})}{K_0 (3 + \Delta_2 - 4\Delta_1) (1 - \sin 2\alpha_{\angle})} \end{cases} \quad (1.10)$$

1.2. Анализ спектров элементарных возбуждений в дипольных фазах.

Более подробную информацию об областях устойчивости и типах фазовых переходов в определенных выше фазовых состояниях можно извлечь исследовав спектры элементарных возбуждений.

Наиболее подходящим для исследования динамических свойств систем с сильной корреляцией между направлениями спинов, к которым относится и негейзенберговский ферромагнетик с гамильтонианом (1.2), является метод функций Грина для операторов Хаббарда. В общем случае процедура вычисления

спектров достаточно громоздка и требует трудоемких вычислений, однако при учете определенных допущений возможен аналитический расчет, результаты которого применимы для всех допустимых значений параметров гамильтониана и волновых функций. Как известно, полюса функции Грина совпадают со спектрами спиновых волн при низких температурах [16,98].

Также как и в работе [98], обратный радиус взаимодействия R_0 соответствует малому параметру.

В терминах операторов Хаббарда мацубаровские функции Грина перепишем в виде [74]:

$$G^{\gamma\gamma'}(n, \tau; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\gamma(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\gamma'}(\tau') \rangle,$$

где \hat{T} – оператор «временного» упорядочения (оператор Вика), $\tilde{X}_n^\gamma(\tau) = \exp(H\tau) X_n^\gamma \exp(-H\tau)$ – оператор Хаббарда в представлении взаимодействия, $\lambda = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2S+1}, M_1, M_2, \dots, M_{2S+1}$, $H = H_0 + H_{\text{int}}$.

Как известно в приближении среднего поля динамические свойства определяются «поперечной» частью обменного гамильтониана H_{int} .

В самом общем виде связь операторов Хаббарда и спиновых операторов можно представить в виде:

$$S_n^z = \sum_M \Gamma^\square(M) X_n^{MM} + \sum_\alpha \gamma^\square(\alpha) X_n^\alpha; \quad S_n^+ = \sum_M \Gamma^\perp(M) X_n^{MM} + \sum_\alpha \gamma^\perp(\alpha) X_n^\alpha;$$

$$S_n^- = \sum_M (\Gamma^\perp(M))^* X_n^{MM} + \sum_\alpha (\gamma^\square(-\alpha))^* X_n^\alpha$$

Тогда поперечная часть обменного гамильтониана примет вид:

$$H_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{n, n', \lambda, \lambda'} \{ \mathbf{c}(\lambda), \hat{A}_{nn'} \mathbf{c}(\lambda') \} X_n^\lambda X_{n'}^{\lambda'},$$

где матрица $\hat{A}_{nn'}$ является блочной, и ее явный вид определяется гамильтонианом (1.2), а векторы $\bar{c}(\alpha)$ определены как $\bar{c}(\alpha) = \left(\gamma^\square(\alpha) \quad \gamma^\perp(\alpha) \quad (\gamma^\perp(\alpha))^* \right)$.

Система уравнений на функцию Грина может быть существенно упрощена, если применить к ней фурье-преобразование как по «временным», так и по пространственным переменным. В результате, имеем:

$$G^{\gamma\gamma'}(\mathbf{k}, \omega_i) = \Sigma^{\gamma\gamma'}(\mathbf{k}, \omega_i) - \frac{1}{2} \Sigma^{\gamma\gamma_1}(\mathbf{k}, \omega_i) \{c(-\gamma_1), \hat{A}(\mathbf{k})c(\gamma_2)\} G^{\gamma_2\gamma'}(\mathbf{k}, \omega_i),$$

где учтено то обстоятельство, что только в случае четных частот ($\omega_i = 2\pi iT, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) фурье-компоненты $G^{\gamma\gamma'}(\mathbf{k}, \omega_i)$ не равные нулю, а неприводимые по Ларкину части могут быть следующих типов:

$$\Sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega_i), \Sigma^{\alpha M}(\mathbf{k}, \omega_i), \Sigma^{M\alpha}(\mathbf{k}, \omega_i), \Sigma^{MM'}(\mathbf{k}, \omega_i)$$

В нулевом приближении по обратному радиусу взаимодействия неприводимые по Ларкину части имеют вид:

$$\Sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega_i) = \delta_{\alpha\alpha} b(\alpha) G_0^\alpha(\omega_i), \Sigma^{\alpha M}(\mathbf{k}, \omega_i) = \Sigma^{M\alpha}(\mathbf{k}, \omega_i) = 0, \Sigma^{MM'}(\mathbf{k}, \omega_i) = -\frac{n_{MM'}}{T} \delta_{\omega_i, 0},$$

где $G_0^\alpha(\omega_i) = [i\omega_i + \alpha E]^{-1}$ – нулевая функция Грина, $b(\alpha) = \langle \alpha \mathbf{X} \rangle_0$ – концевой множитель, α – корневой вектор, компоненты которого задаются через алгебру операторов Хаббарда [95]. При помощи указанных определений представляется возможным значительное преобразование и как следствие упрощение системы уравнений относительно функции Грина. В результате, в нулевом приближении по обратному радиусу взаимодействия дисперсионное уравнение, позволяющее определить спектры элементарных возбуждений, имеет вид:

$$\det \|\delta_{ij} + x_{ij}\| = 0; \quad i, j = 1, 2, \dots, 8, \quad (1.11)$$

где $x_{ij} = G_0^\alpha(\omega_n) b(\alpha) c_{ij}(\alpha)$, $c_{ij}(\alpha, \beta) = a_{ik}(\alpha, \beta) A_{kj}$; $a_{ik}(\alpha, \beta) = c_i(\alpha) c_k(-\beta)$.

Благодаря используемой технике для операторов Хаббарда стал возможным точный учет одноузельных корреляторов. На практике это означает, что дисперсионное уравнение (1.11) будет справедливо при любой комбинации параметров системы, а значит, и для любого устойчивого фазового состояния.

Используя уравнение (1.11) получим спектры магнонов в ферромагнитной легкоосной ΦM_{\parallel} и ферромагнитной легкоплоскостной $K\Phi M_{\perp}$ фазах имеют следующий вид, соответственно:

$$\varepsilon_1(k) = 2(J_0 - K_k \Delta_2); \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_2(k) = J_0 + K_0 - J_k \Delta - K_k \Delta_1. \quad (1.13)$$

$$\varepsilon_3(k) = 2\sqrt{(J_0 \Delta - K_k \Delta_1) \left\{ (J_0 - J_k) \Delta + \left[J_k \Delta - \frac{K_k (\Delta_2 + 3)}{4} \right] \cos^2 2\alpha_{\perp} \right\}}; \quad (1.14)$$

$$\varepsilon_4(k) = \sqrt{(\Omega_1 + \Omega_2) \Omega_1}, \quad (1.15)$$

$$\Omega_1 = (J_k - J_0) \Delta (1 - \sin 2\alpha_{\perp}) + (K_k - K_0) \Delta_2 (1 + \sin 2\alpha_{\perp}),$$

$$\Omega_2 = J_k (1 - \Delta) + K_k (\Delta_1 - \Delta_2) + \sin 2\alpha_{\perp} (J_k (\Delta + 1) - K_k (\Delta_2 + \Delta_1)).$$

Далее исследуем поведение системы более подробно в двух случаях, в зависимости от соотношения между параметрами анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия: $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 > 0$ и $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 < 0$.

Итак, пусть параметры межионной анизотропии связаны соотношением $\Delta_1 > (3 + \Delta_2) / 4$. Как было показано ранее, в этом случае в системе возможна реализация легкоосной ферромагнитной фазы, легкоплоскостной квадрупольно ферромагнитной и угловой квадрупольно ферромагнитной фаз.

Двигаясь из угловой $K\Phi M_{\perp}$ фазы к линии фазового перехода между угловой $K\Phi M_{\perp}$ и легкоосной ΦM_{\parallel} фазами, среднее значение проекции спина на узле приближается к своему максимальному значению $\langle S^z \rangle = 1$. Щель в спектре (1.15) обращается в ноль на линии $K_0 (\Delta_1 - 1) = J_0 (1 - \Delta)$. Что позволяет утверждать, что фазовые превращения между ΦM_{\parallel} и $K\Phi M_{\perp}$ фазами, а также между $K\Phi M_{\perp}$ и угловой $K\Phi M_{\perp}$ фазами являются ориентационным фазовым переходам II-го рода.

В силу эффекта квантового сокращения спина (формулы (1.9) и (1.10)), в легкоплоскостной $K\Phi M_{\perp}$ и угловой $K\Phi M_{\perp}$ фазах среднее значение проекции спина не достигает максимального значения $\langle S^z \rangle \neq 1$. Линия фазового перехода «угловая – легкоплоскостная» фазы определяется выражением:

$$K_0 [\sin 2\alpha_{\perp} (\Delta_2 + \Delta_1) + \Delta_2 - \Delta_1] = J_0 [(1 + \Delta) \sin 2\alpha + 1 - \Delta].$$

При условии при $\theta = \pi/2$ на этой линии значения намагниченностей в $K\Phi M_{\perp}$ и $K\Phi M_{\angle}$ фазах совпадают:

$$\sin 2\alpha_{\perp} = \sin 2\alpha_{\angle}$$

Также, щель в спектре (1.15) в длинноволновом пределе $k \rightarrow 0$ на фазового перехода «угловая – легкоплоскостная» становится равной нулю. При этом на этой линии, оба этих спектра (1.13) и (1.15) характеризуются законом дисперсии пропорциональным $\sim k^2$. Такое поведение спектров говорит о том, что данный фазовый переход можно отнести к ориентационными фазовыми переходами второго рода.

Далее исследуем систему, когда параметры межионной анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия связаны следующим соотношением $\Delta_1 < (3 + \Delta_2)/4$. Такое соотношение параметров анизотропии приводит к неустойчивости угловой фазы, что приводит к тому, что фазовый переход из легкоосной ΦM_{\parallel} фазы в легкоплоскостную $K\Phi M_{\perp}$ фазу осуществляется как фазовый переход первого рода, с областью сосуществования соответствующих фаз. Этот переход не носит чисто ориентационный характер. Последнее легко понять, если учесть, что при движении из легкоосной ΦM_{\parallel} фазы в легкоплоскостную $K\Phi M_{\perp}$ фазу на линии фазового перехода происходит резкое изменение величины намагниченности от $\langle S^z \rangle = 1$ в легкоосной фазе до $\langle S^z \rangle < 1$ в легкоплоскостной фазе (в соответствии с выражением (1.9)). Кроме того этот фазовый переход сопровождается изменением направления вектора намагниченности на угол $\pi/2$. Уравнение определяющее линию фазового перехода между «легкоосная-легкоплоскостная» фаза выглядит следующим образом:

$$K_0(\Delta_2 - 1)(1 + \sin 2\alpha_{\perp}) = 4J_0(\Delta - 1).$$

В окрестности этой линии происходит размягчение ветвей в спектрах (1.13) и (1.15). Так как значения щелей в спектрах становится равным нулю, можно определить линии потери устойчивости спектров:

$$K_0(1-\Delta_1) = J_0(\Delta-1)$$

$$K_0[\Delta_1 - \Delta_2 - \sin 2\alpha_1(\Delta_2 + \Delta_1)] = J_0[\Delta - 1 - (1 + \Delta)\sin 2\alpha].$$

Данные линии формируют границы области, в которой сосуществуют анализируемые здесь фазы. Подобным поведением спектров характеризуются фазовые переходы первого рода.

1.3 Тензорное упорядочение и ориентационные фазовые переходы

Исследования изотропных негейзенберговских магнетиков с $S=1$ убедительно доказали, что при преобладающем биквадратичном обменном взаимодействии $K_0 > J_0$ упорядочение характеризуемое дипольными параметрами порядка (ферромагнитное) становится энергетически невыгодным. А в магнетике устанавливается состояние свойства которого устанавливают тензорные параметры порядка [6,20,99,100]. Подобного рода упорядочение принято называть нематическим. В состоянии спинового нематика дипольный параметр порядка равен нулю. О поведении системы в это случае можно судить по тому, какие значения принимают средние от высших спиновых инвариантов.

Для рассматриваемой модели характеристиками нематических фаз являются квадрупольные параметры порядка q_2^0 и q_2^2 , которые представляют собой диагональные компоненты симметричного тензора второго ранга:

$$q_2^{ij} = \langle S^i S^j + S^j S^i \rangle / 2.$$

Проведем исследование статических свойств нематического состояния для обменно-анизотропного негейзенберговского ферромагнетика. Пусть значение соотношения обменных интегралов и параметров анизотропии такое, что ферромагнитное упорядочение не реализуется. Тогда в результате исследования свободной энергии (1.8) в случае $\langle S^z \rangle = 0$ возможна реализация трех различных

фазовых состояний.

Первое реализуется когда значения параметров унитарных преобразований исходного гамильтониана равны $\theta = 0$ и $\alpha = -\pi/4$, такое состояние назовем нематическая N_1 плоскостная фаза. Второе состояние устойчиво при $\theta = \pi/2$ и $\alpha = -\pi/4$, назовем его нематическая QU_2 осевая фаза. И третье фазовое состояние реализуется при $\cos 2\theta = \frac{\Delta_2 - 1}{4\Delta_1 - \Delta_2 - 3}$ и $\alpha = -\pi/4$, назовем и обозначим

его нематическая N_{\angle} угловая фаза.

Характеристиками, которые задают статические свойства нематических состояний являются параметры порядка, которые являются компонентами симметричного тензора второго ранга. В трехмерном спиновом пространстве они задают одноосный эллипсоид, при условии, что все компоненты неотрицательные.

Вектор-директор \vec{n} задает ориентацию кадрупольного эллипсоида. В частном случае рассматриваемых нематических состояний одноосный эллипсоид вырождается в диск, вектора-директора \vec{n} перпендикулярен этому диску. Таким образом, можно провести аналогию с молекулярным нематиком. В последнем характеристикой ориентации молекул в пространстве является единичный вектор-директор [19]. Аналогично молекулярному нематику, в спиновом нематике между направлением векторов \vec{n} и $-\vec{n}$ отсутствуют различия. Кроме того, величины $q_2^{x_i x_j}$ являются ничем иным, как параметрами порядка Де Жена, которые можно также использовать для описания состояний жидких кристаллов- нематиков [19].

Исследование плотности свободной энергии (1.8) позволяет утверждать, что для нематических фаз между основным состоянием в собственной системе координат и ориентацией вектора-директора \vec{n} есть непосредственная взаимосвязь. Эта связь вытекает из вида вектора основного состояния ψ . В собственной системе координат вектор-директор \vec{n} направлен вдоль OX , что происходит поскольку тензор кадрупольного момента содержит компоненты

$\langle (S^y)^2 \rangle = \langle (S^z)^2 \rangle = 1$, не равные нулю. При этом угол θ показывает на сколько вектор \vec{n} лабораторной системы координат отклоняется от оси OX .

Как уже отмечалось ранее, собственные функции гамильтониана в лабораторной системе координат, легко получить, используя обратное унитарное преобразование $U(-\theta) = \exp(-i\theta S^y)$. Пусть угол $\theta = \pi/2$ тогда действие оператора $U(-\theta) = \exp(-i\theta S^y)$ на волновой вектор $\psi = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle - |-1\rangle)$ позволяет найти функцию основного состояния для нематической осевой фазы QU_2 в лабораторной системе координат, который определяется кет-вектором $\psi = |0\rangle$. Параметры порядка в QU_2 -фазе: $q_2^2 = 0, q_2^0 = -2$.

Для N_1 нематическое фазовое состояние функцией основного состояния является: $\psi = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle - |-1\rangle)$, а квадрупольные параметры порядка в этой фазе принимают значения: $q_2^0 = 1, q_2^2 = -1$. При этом направление вектора-директора \vec{n} в плоскости XOY лабораторной системы координат не определено, что связано с аксиальной симметрией гамильтониана (1.1). Для снятия вырождения по направлению \vec{n} необходимо включить бесконечно малое возмущение в плоскости XOY .

Важно подчеркнуть, что при предельном переходе к изотропному случаю ($\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = 1$) фазы N_1 и QU_2 становятся неразличимы, их энергии равны, а функции состояния переходят друг в друга непрерывным поворотом. Учет анизотропии обменного взаимодействия меняет симметрию состояний таким образом, что плотность свободной энергии для N_1 и QU_2 состояний становится различной, т.е. происходит снятие вырождения и фазовые состояния становятся различимы. Кроме того, можно провести аналогию между квадрупольным нематическим состоянием QU_2 и квадрупольным состоянием, реализация которого возможна в системе с легкоплоскостной одноионной анизотропией [101], константа которой сравнима с обменным интегралом билинейного

обменного взаимодействия. Заметим, что нематические состояния N_1 и N_\perp характеризуются симметрией отличной от симметрии QU_2 фазы: спектры в этих фазах являются безщелевыми. Однако в отличие и от парамагнетика именно квадрупольные средние вида $\frac{1}{2}\langle S^i S^j + S^j S^i \rangle$ определяют спонтанное нарушение симметрии в этих фазах.

Наиболее яркое свойство исследуемой модели – это возможность реализации угловой нематической фазы [101]. В общем случае произвольного угла θ в лабораторной системе координат функция основного состояния данной фазы имеет вид:

$$\psi = \cos \theta (|1\rangle - |-1\rangle) / \sqrt{2} + \sin \theta |0\rangle,$$

и как следует из её вида представляет собой суперпозицию двух векторов нематических состояний $\frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle - |-1\rangle)$ и $|0\rangle$.

При значениях параметров Δ и $J_0/K_0 < 1$ представляется возможным построить фазовый портрет системы в переменных (Δ_1, Δ_2) (рис. 1.1). Причём фазовый переход из нематической N_\perp фазы в осевую QU_2 фазу происходит при значениях параметров анизотропии бикватратичного обменного взаимодействия $\Delta_2 < 1$ и $\Delta_1 = 1$. Если же $\Delta_2 < 1$ и $\Delta_1 = (1 + \Delta_2) / 2$, то осуществляется ее переход в плоскостную нематическую N_1 фазу.

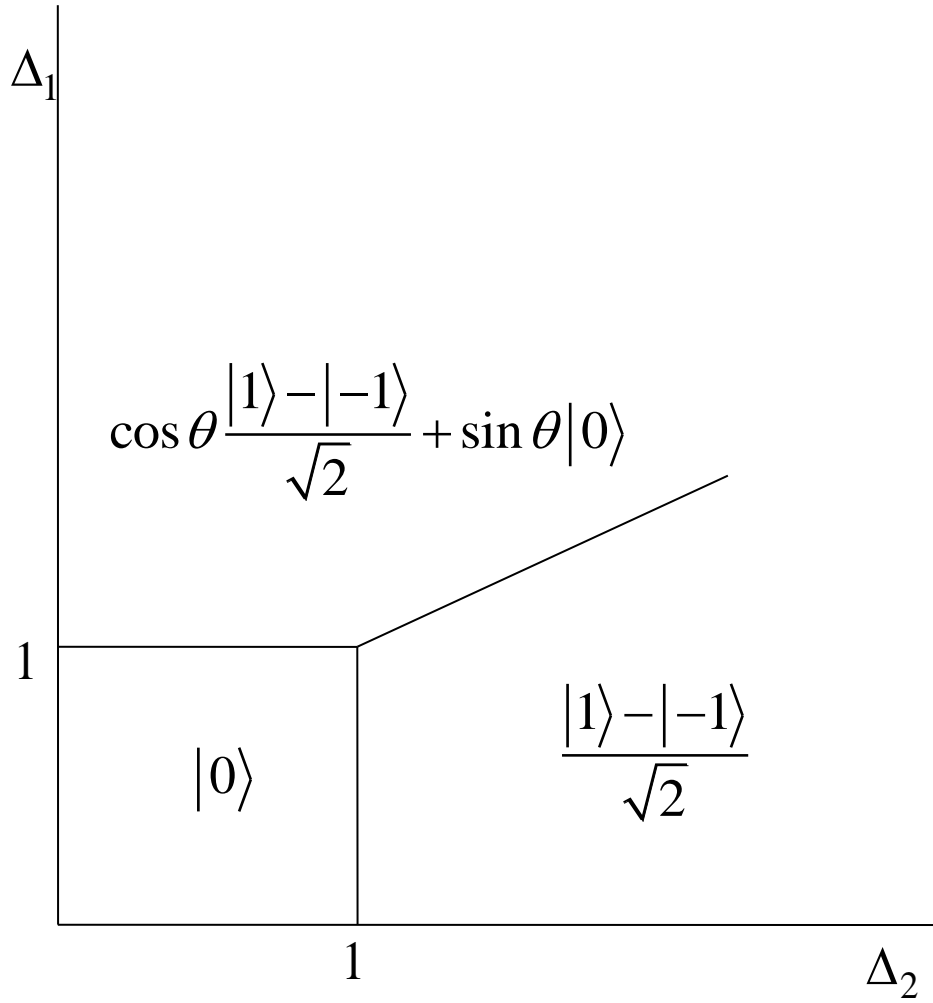


Рисунок 1.1. Фазовая диаграмма в случае реализации нематических фаз обменно анизотропного негейзенберговского магнетика на плоскости (Δ_1, Δ_2) при $J_0/K_0 < 1$.

Исследование свободной энергии (1.8) показывает, что угловая нематическая фаза реализуется только, если выполняется неравенство $\Delta_1 > (\Delta_2 + 3)/4$. Последнее соотношение является также необходимым условием для реализации угловой ферромагнитной фазы.

Наиболее полную картину поведения системы можно составить только, изучив динамику спиновых возбуждений, что также позволит установить какие параметры являются ключевыми в формировании фазовых состояний.

Воспользуемся методом для функции Грана, а именно дисперсионным уравнением (1.11), с учетом вида параметров порядка в соответствующих фазах. В

результате решения дисперсионного уравнения были найдены следующие спектры элементарных возбуждений в нематических фазах.

В состоянии углового нематика N_{\angle} выражения определяющие спектры возбуждений принимают вид:

$$\varepsilon_1(k) = 2\sqrt{(J_k\Delta - K_0\Delta_1)\left((K_k - K_0)\Delta_1 + K_k \frac{\Delta_2 - 4\Delta_1 + 3}{4} \sin^2 2\theta\right)}; \quad (1.16)$$

$$\varepsilon_2(k) = \sqrt{(\tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2)\tilde{\Omega}_1}, \quad (1.17)$$

$$\tilde{\Omega}_1 = (K_k - K_0)(\cos 2\theta(\Delta_1 - \Delta_2) - \Delta_2 - \Delta_1),$$

$$\tilde{\Omega}_2 = K_k(\Delta_1 + \Delta_2) - J_k(1 + \Delta) - \cos 2\theta(K_k(\Delta_1 - \Delta_2) + J_k(1 - \Delta)),$$

при этом в N_1 фазе спектры могут быть представлены в виде:

$$\varepsilon_3(k) = 2\sqrt{(J_k - K_0\Delta_2)(K_k - K_0)\Delta_2}; \quad (1.18)$$

$$\varepsilon_4(k) = \sqrt{(2J_k\Delta - K_0(1 + \Delta_2))(2K_k\Delta_1 - K_0(1 + \Delta_2))}. \quad (1.19)$$

Так как в осевой нематической QU_2 фазе происходит вырождение возбужденных одноионных состояний, две ветви спектров магнонов совпадают в этом состоянии:

$$\varepsilon_{5,6}(k) = 2\sqrt{(K_k\Delta_1 - K_0)(J_k\Delta - K_0)}. \quad (1.20)$$

Заметим, что переход к изотропному магнетику, т.е. переход к $\theta = 0$ и $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = 1$, стирает различия между всеми тремя фазами N_1 , QU_2 и N_{\angle} . Основным состоянием становится $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle)$. А спектры переходят к стандартному виду [20,22,99]:

$$\varepsilon(k) = 2\sqrt{(K_0 - J_k)(K_0 - K_k)}.$$

Таким образом, можно утверждать, что межионная анизотропия снимает «вырождение» нематических состояний, которые оставались неразличимы в модели изотропного негейзенберговского магнетика.

Фазовая диаграмма, содержащая все нематические состояния изображена на рисунке 1.1. Фазовые переходы возможны только при изменении параметров анизотропии межионного биквадратичного обменного взаимодействия.

Как уже отмечено выше, нематическое состояние характеризуется нулевым магнитным моментом, это обстоятельство требует переосмысление ориентационного фазового перехода, и в случае переходов между нематическими фазами будем интерпретировать это понятие, как поворот вектора-директора \vec{n} .

Если выбрать параметры анизотропии такие, что $\Delta_1 > (3 + \Delta_2)/4$, то фазовые переходы N_1 фаза - N_{\perp} фаза, а также N_{\perp} фаза - QU_2 фаза аналогичны ориентационным фазовым переходам второго рода. При этом прямая на которой происходит фазовый переход «плоскостная» N_1 - «угловая» N_{\perp} фазы определяется следующим соотношением $2\Delta_1 = 1 + \Delta_2$. Кроме того, на этой линии энергетические щели в спектрах (1.16) и (1.19) обращаются в ноль, и на этой линии спектры становятся линейными в длинноволновом пределе ($\vec{k} \rightarrow 0$). Аналогичное поведение проявляют спектры (1.16) и (1.20) на границе «осевой» QU_2 и «угловой» N_{\perp} фаз (линия фазового перехода: $\Delta_1 = 1$), т.е. закон дисперсии линеен по волновому вектору при $\vec{k} \rightarrow 0$, а щели обращаются в ноль на линии $\Delta_1 = 1$.

При $\Delta_1 < (\Delta_2 + 3)/4$ на линии $\Delta_2 = 1$ происходит скачкообразный фазовый переход между N_1 и QU_2 фазами. Данный фазовый переход представляет собой ориентационный переход первого рода, при котором изменение направления вектора \vec{n} происходит скачкообразно. Также при этом фазовом не размягчаются спектры магнонов при достижении линии фазового перехода $\Delta_2 = 1$.

Итак, для случая обменно-изотропного и обменно-анизотропного негейзенберговского магнетика вблизи ориентационного фазового перехода

описаны существенно отличающиеся свойства. В модели обменно-изотропного негейзенберговского магнетика [102], ориентационные фазовые переходы между ферромагнитными фазами и нематическими фазами происходит при изменении констант одноионной анизотропии. Фазовый переход ферромагнитная фаза – нематическая представляет собой вырожденный переход первого рода: на границе фаз происходит одновременное скачкообразное изменение симметрии фаз и размягчаются спектры элементарных возбуждений.

Исследованная анизотропная модель проявляет несколько иные свойства: ориентационные фазовые переходы между ферромагнитными и нематическими фазами осуществляется в результате изменения констант анизотропного обменного взаимодействия, при этом возможны переходы не только первого, но и второго рода.

1.4 Фазовые переходы, определяемые продольной динамикой магнонов

Исследуем модель обменно-анизотропного негейзенберговского магнетика в окрестности фазовых переходов «ферромагнитная - нематическая фазы». Фазовые переходы такого типа связаны с изменением величины среднего магнитного момента (на узле) от максимально возможного значения (ферромагнитная фаза) до нуля (нематическая фаза), т.е. эффектом квантового сокращения спина [35,103]. В целом ряде работ, например, [102,104] показано, что эффект квантовой редукции спина может быть обусловлен как влиянием большой одноионной анизотропии, так и учетом высших спиновых инвариантов в обменном гамильтониане системы (например, биквадратичного обменного взаимодействия для магнетиков с $S=1$).

При этом, одноионная анизотропия и биквадратичное обменное взаимодействие дополняют друг друга: биквадратичное взаимодействие, как и одноионная анизотропия приводят к неэквидистантности энергетических уровней магнитного иона. Кроме того, большое биквадратичное обменное взаимодействие приводит к установлению нематического порядка в целом с резкой сменой

ферромагнитного упорядочения с $\langle S \rangle = 1$ на нематическое $\langle S \rangle = 0$ [21,22]. В то же время благодаря росту константы одноионной анизотропии плавно уменьшается средний спин на узле и осуществляется промежуточное квадрупольно-ферромагнитное упорядочение [21,104]. Исследуемая модель учитывает анизотропию межионного взаимодействия, что приводит к возможности установления квадрупольно-ферромагнитной фазы. Интерес вызывает анализ поведения системы в окрестности квадрупольно-ферромагнитной и нематических фаз.

Выше упоминалось о зависимости между фазовыми состояниями параметрами $J_0, K_0, \Delta, \Delta_1$ и Δ_2 . Поскольку невозможно полное графическое отображение фазового портрета системы, построение фазовой диаграммы системы выполним на плоскости $(\Delta, J_0/K_0)$.

Вначале проанализируем случай $\Delta_1 < 1$ и $\Delta_2 < 1$ (рис. 1.2). При этом соотношении параметров биквадратичной анизотропии, также учитывая соотношения между Δ и J_0/K_0 , возможна реализация следующих фаз: ΦM_{\parallel} , $K\Phi M_{\perp}$ и QU_2 .

В разделе 1.2 проведен анализ свойств магнетика вблизи ориентационного фазового перехода между ΦM_{\parallel} - $K\Phi M_{\perp}$ фазами. Далее стоит задача изучить свойства поведения системы в случае, когда возможны следующие фазовые переходы $\Phi M_{\parallel} - QU_2$ и $K\Phi M_{\perp} - QU_2$. На линии фазового перехода свободные энергии в различных фазах совпадают, благодаря этому определим линию перехода между ΦM_{\parallel} и QU_2 фазами, которая имеет вид $J_0 = K_0$. Кроме того, анализ спектров элементарных возбуждений в ΦM_{\parallel} фазе (см.(1.12)) и QU_2 (см.(1.20)) показал, что значения энергетических щелей в спектрах магнонов рассматриваемых фазовых состояний становятся равными нулю не на прямой $J_0 = K_0$, а на линиях $J_0/K_0 = \Delta_2$ когда $J_0/K_0 < 1$, и на линии $K_0/J_0 = \Delta$ в области $J_0/K_0 > 1$. На этих линиях рассматриваемые фазы теряют устойчивость, т.е. эти

линии есть линии потери устойчивости, и они определяют область сосуществования ΦM_{\parallel} и QU_2 фаз. Следовательно, данный фазовый переход $\Phi M_{\parallel} - QU_2$ -фазы, представляет собой фазовый переход первого рода, для которого характерно как наличие области сосуществования фаз, так и скачкообразное изменение значение векторного параметра порядка, т.е. модуль намагниченности скачком меняется с единицы до нуля.

Линия фазового перехода $K\Phi M_{\perp} - QU_2$ фазы определяется уравнением $J_0/K_0 = \Delta$. На данной линии также становятся равными нулю значения щелей спектров магновов (1.14) и (1.20). По мере приближения к линии фазового перехода из квадрупольно-ферромагнитной фазы ($K\Phi M_{\perp}$) среднее значение магнитного момента монотонно уменьшается таким образом, что на линии $J_0/K_0 = \Delta$ её значение становится равным нулю. Из чего можно заключить, что рассмотренный фазовый переход — это фазовый переход второго рода.

Когда соотношение между параметрами биквадратичной анизотропии имеет вид $\Delta_1 < (1 + \Delta_2) / 2$ и $\Delta_2 > 1$ (см. рис. 1.3) в системе осуществляются ΦM_{\parallel} , $K\Phi M_{\perp}$ и N_1 фазовые состояния, реализация которых зависит от соотношения между Δ и J_0/K_0 .

Из равенства плотностей свободных энергий можно определить линию фазового перехода $\Phi M_{\parallel} - N_1$ фазы. Проведенная процедура определила уравнение $J_0/K_0 = \Delta_2$, которое задает линию границы фаз. На линии $J_0/K_0 = \Delta_2$ значения щелей ветвей возбуждения (1.12) и (1.18) становятся равными нулю.

Тем не менее, при таком переходе между фазами происходит скачок намагниченности. Такой фазовый переход представляет собой вырожденный фазовый переход первого рода: симметрия фаз изменяется скачкообразно, однако значение щели в спектрах на линии фазового перехода становится равным нулю.

Фазовый переход между $K\Phi M_{\perp} - N_1$ фазами осуществляется на линии $2J_0/K_0 = (1 + \Delta_2)/\Delta$. Необходимо отметить, что на линии $J_0/K_0 = \Delta_2$ энергетические щели в спектрах магнонов (1.14) и (1.19) обращаются в ноль. Кроме того, подчеркнем, что на линии $J_0/K_0 = \Delta_2$ в длинноволновом пределе для ветвей возбуждений (1.12) и (1.18) закон дисперсии по волновому вектору \vec{k} квадратичен, а на линии $2J_0/K_0 = (1 + \Delta_2)/\Delta$ законы дисперсии (1.14) и (1.19) – линейны по волновому вектору \vec{k} .

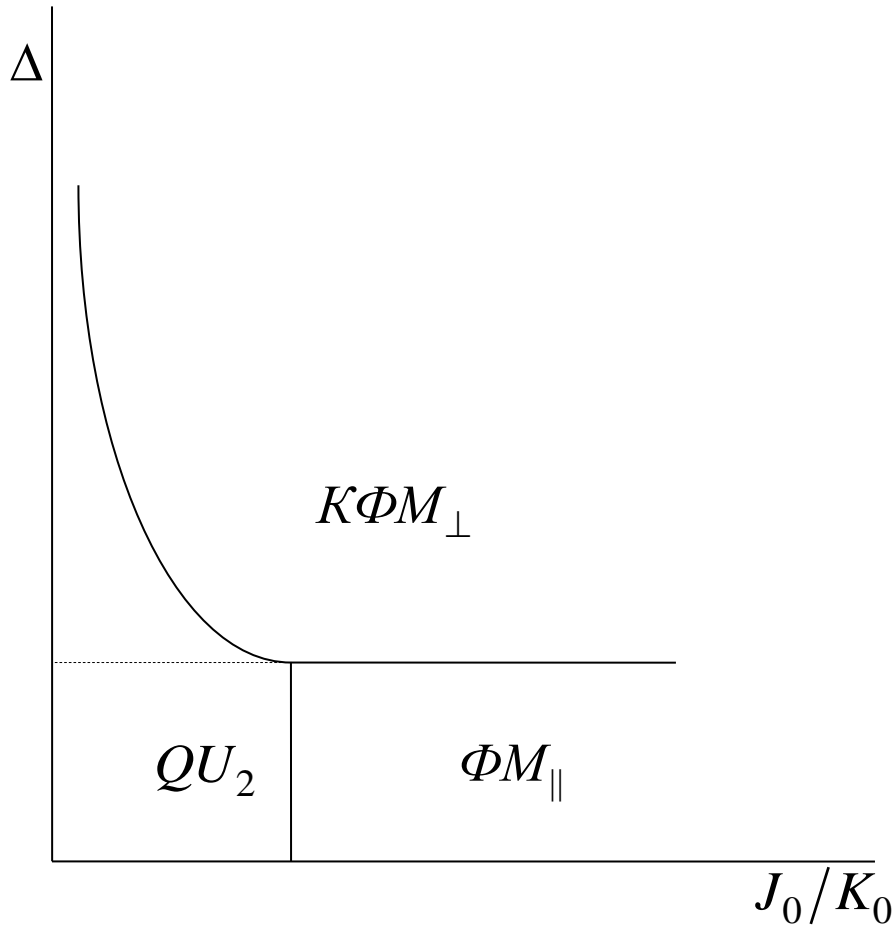


Рисунок 1.2. Фазовая диаграмма обменно-анизотропного негейзенберговского магнетика на плоскости $(\Delta, J_0/K_0)$ при $\Delta_1 < 1$, $\Delta_2 < 1$.

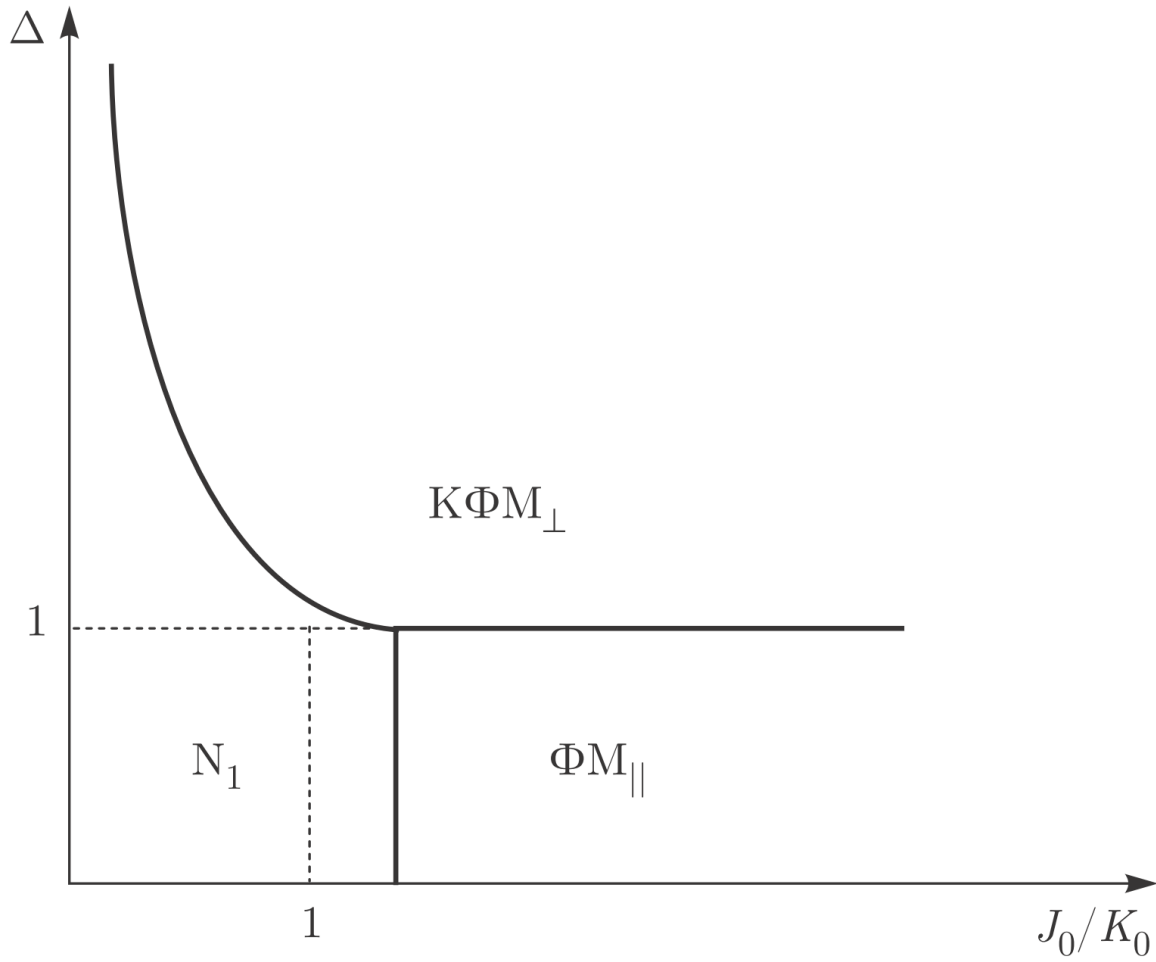


Рисунок 1.3. Фазовая диаграмма обменно-анизотропного негейзенберговского магнетика на плоскости $(\Delta, J_0/K_0)$ при $\Delta_1 < (1 + \Delta_2)/2$, $\Delta_2 > 1$.

В заключение проведем анализ фазовой диаграммы, если $\Delta_1 > 1$ и $\Delta_1 > (3 + \Delta_2)/4$ (см. рис. 1.4). Данное соотношение параметров биквадратичной обменной анизотропии, с учетом параметров соотношений Δ и J_0/K_0 , позволяет реализоваться ΦM_{\parallel} , $K\Phi M_{\perp}$, $K\Phi M_{\angle}$ и N_{\angle} фазам.

Поведение спектров вблизи ориентационных фазовых переходов было рассмотрено в предыдущем подразделе.

Определим из равенства свободных энергий линию фазового перехода между ΦM_{\parallel} – N_{\angle} фазами:

$$J_0 = K_0 \Delta_1 - (K_0/4)(1 - \Delta_2)(\cos 2\theta + 1), \quad (1.21)$$

здесь $\cos 2\theta = (\Delta_2 - 1)/(4\Delta_1 - \Delta_2 - 3)$. Как известно, в окрестности фазового перехода наблюдается область метастабильности. Из равенства щелей в ноль соответствующих ветвей возбуждения, т.е. спектров (1.12), (1.17), легко найти границы описываемой области. При фазовом переходе $K\Phi M_{\parallel} - N_{\angle}$ происходит скачкообразное изменение намагниченности.

На линии $J_0/K_0 = \Delta_1/\Delta$ происходит фазовый переход между $K\Phi M_{\perp}$ и N_{\angle} фазами. При приближении к упомянутой линии со стороны $K\Phi M_{\perp}$ происходит непрерывное уменьшение намагниченности до нуля. При движении из N_{\angle} фазы угол θ монотонно стремится к значению $\pi/2$. При достижении линии фазового перехода устанавливаются предельные значения параметров порядка. Фазовый переход $K\Phi M_{\perp} - N_{\angle}$ -фаза — это фазовый переход второго рода, для которого характерно непрерывное изменение намагниченности. Помимо этого, по достижении линии фазового перехода обнуляются значения щелей спектров (1.12), (1.13). Достигнув самой линии, при $k \rightarrow 0$ спектры приобретают квадратичную зависимость от волнового вектора.

К этому же типу фазового перехода относятся $K\Phi M_{\angle} - N_{\angle}$ -фазы. Приближаясь к линии фазового перехода из $K\Phi M_{\angle}$ -фазы, значение намагниченности стремится к нулю. При достижении к линии фазового перехода

$$2(J_0 - K_0\Delta_2)(1 - \Delta_1) + (J_0\Delta - K_0\Delta_1)(1 + \Delta_2 - 2\Delta_1) = 0$$

значение параметра $\alpha = -\pi/4$, то есть намагниченность становится равна нулю, а угол θ , согласно выражениям (1.9), при $\alpha = -\pi/4$ вычисляется, как:

$$\cos 2\theta_{\alpha=-\pi/4} = (1 - \Delta_2)/(3 + \Delta_2 - 4\Delta_1),$$

Последнее выражение совпадает с видом угла θ в $K\Phi M_{\angle}$ -фазе. То есть на линии фазового перехода непрерывно изменяется модуль намагниченности. Значение щели в спектре (1.17) обнуляется, и спектр приобретает квадратичный вид по волновому вектору.

Таким образом, исходя из рассмотренного выше, фазовая диаграмма на плоскости $(\Delta, J_0 / K_0)$ при $\Delta_1 > 1$ и $\Delta_1 > (3 + \Delta_2) / 4$ имеет вид, приведенный на рисунке 1.4.

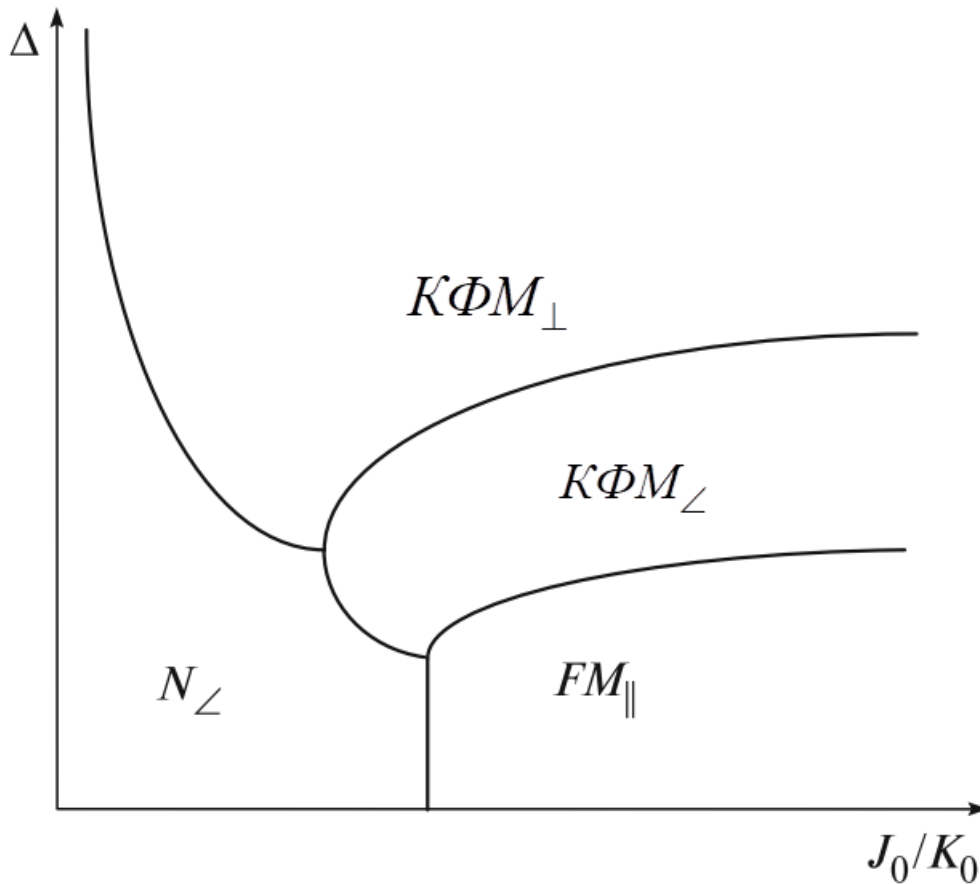


Рисунок 1.4. Фазовая диаграмма обменно анизотропного негейзенберговского магнетика на плоскости $(\Delta, J_0 / K_0)$ при $\Delta_1 > 1$, $\Delta_1 > (3 + \Delta_2) / 4$.

1.5 «Изингоподобный» негейзенберговский магнетик

Выше мы рассмотрели фазовые состояния и динамику элементарных возбуждений негейзенберговского ферромагнетика со сложной межионной анизотропией при условии, что все параметры межионной анизотропии являются положительными. Однако, представляет интерес изучить фазовые состояния и динамику системы при отрицательных параметрах межионной анизотропии. Таким образом, можно сформулировать следующую задачу.

Исследуем спиновые состояния и спектральные свойства обменно анизотропного негейзенберговского магнетика со спином магнитного иона $S=1$ и

отрицательными значениями параметров межионной анизотропии. Гамильтониан такой модели аналогичен гамильтониану (1.1), при условии, что у всех параметров межионной анизотропии изменен знак, т.е. $\Delta \rightarrow -\Delta$, $\Delta_1 \rightarrow -\Delta_1$, $\Delta_2 \rightarrow -\Delta_2$:

$$\begin{aligned} H = & -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ J_{nn'} \left(S_n^z S_{n'}^z - \Delta \left(S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y \right) \right) - \right. \\ & \left. - K_{nn'} \left(O_{2n}^0 O_{2n'}^0 / 3 - \Delta_1 \left(O_{2n}^{zx} O_{2n'}^{zx} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz} \right) - \Delta_2 \left(O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} \right) \right) \right\}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Для описания магнитных свойств системы, описываемой гамильтонианом (1.22), воспользуемся, как и ранее, диаграммной техникой для операторов Хаббарда [22]. Соответствующая «технология» достаточно подробно описана в подразделе 1.1.

Кроме указанного выше ограничения на знаки параметров межионной анизотропии, рассмотрим отдельно следующие условия, накладываемые на материальные параметры магнетика: $J_0 > K_0$ и $J_0 < K_0$.

Поведение плотности свободной энергии при условии $J_0 > K_0$ показывает существенное отличие поведения рассматриваемого магнетика от описанного выше. Это отличие заключается в том, что в системе реализуется лишь осевая ферромагнитная фаза $\Phi M_{||}$ При $\theta=0$ и $\alpha=0$. Можно уверенно говорить о полной информации о системе только если известен вид спектров элементарных возбуждений. В рассматриваемом случае спектры магнонов можно получить через $\Delta \rightarrow -\Delta$, $\Delta_1 \rightarrow -\Delta_1$, $\Delta_2 \rightarrow -\Delta_2$ замену в спектрах (1.12)-(1.13). В явном виде спектры можно представить следующим образом:

$$\varepsilon_1(k) = 2(J_0 + K_0 \Delta_2), \quad \varepsilon_2(k) = J_0 + K_0 + J_0 \Delta + K_0 \Delta_1. \quad (1.23)$$

Как легко видеть, спектры (1.23) бездисперсионным, при этом ни при каких значениях Δ , Δ_1 , Δ_2 и параметров анизотропии их энергетические щели не обращаются в ноль. Поскольку в модели Изинга спектры элементарных возбуждений являются бездисперсионными [103], можно сказать, что

описываемый магнетик проявляет аналогичные свойства. Это подтверждает и вид гамильтониана (1.22), в котором билинейная часть по спинам

$$-\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} J_{nn'} \left(S_n^z S_{n'}^z - \Delta (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y) \right)$$

определяет анизотропию межионного обменного взаимодействия типа «легкая ось». Все компоненты гамильтониана (1.22) включающие параметры межионной анизотропии обладают тем же типом симметрии, что и гамильтониан модели Изинга. Исходя из этого факта можно сделать следующий вывод: спектры элементарных возбуждений магнонов в ферромагнитном состоянии (ΦM_{\parallel}) не теряют устойчивости ни при каких значениях параметров межионной анизотропии. Это обстоятельство свидетельствует о том, что фазовый переход из ΦM_{\parallel} фазы не является переориентационным [79,82,83].

Более интересная ситуация реализуется в случае, когда константа билинейного обменного взаимодействия становится существенно меньше константы биквадратичного обменного взаимодействия ($J_0 < K_0$). Такое соотношение параметров приводит к неустойчивости ферромагнитного упорядочения, и энергетически выгодным становится нематический порядок, характеризующийся квадрупольными средними.

Исследование плотности свободной энергии на минимальное значение показывает, что устойчивым в этом случае является единственное тензорное состояние при отрицательных значениях параметров анизотропии – QU_2 . Функция основного состояния в QU_2 фазе имеет вид кет-вектора $|\psi\rangle = |0\rangle$. Нематические состояния N_1 и N_{\perp} возникнуть в такой системе не могут, поскольку не соответствуют минимуму свободной энергии.

Применим к спектрам (1.20) преобразование $\Delta \rightarrow -\Delta$, $\Delta_1 \rightarrow -\Delta_1$, $\Delta_2 \rightarrow -\Delta_2$, и получим спектры в QU_2 фазе:

$$\varepsilon(k) = 2\sqrt{(K_0 + J_k \Delta)(K_0 + K_k \Delta_1)}. \quad (1.24)$$

Спектр (1.24) проявляет свойства алогичные спектру в ферромагнитной ΦM_{\parallel} фазе, т.е. является бездисперсионным. Легко убедиться в том, что ни при каких значениях вещественных параметров системы этот спектр не равен нулю. Этот факт позволяет утверждать, что фазовый переход в осевую ΦM_{\parallel} фазу происходит только за счет изменения модуля намагниченности.

Как известно, на границе фаз значения свободной энергии должны совпадать для этих фаз. Поэтому равенство соответствующих энергий в ΦM_{\parallel} и QU_2 фазах показывает, что фазовый переход может происходить только на прямой $J_0 = K_0$.

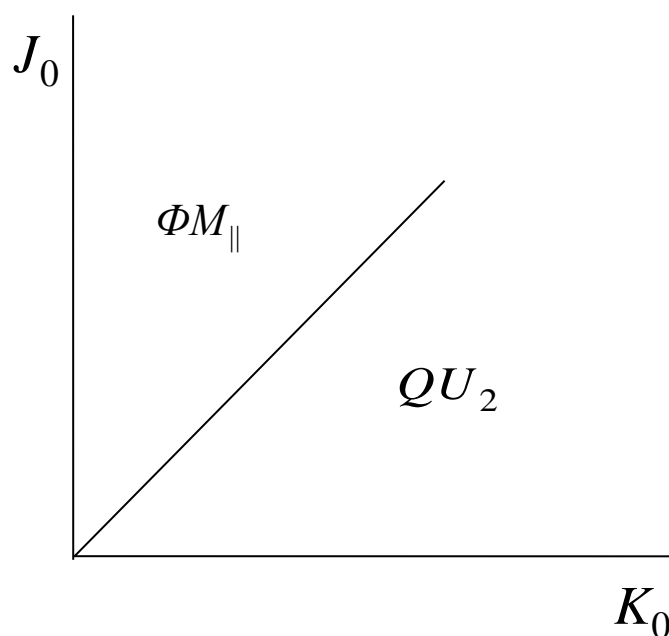


Рисунок 1.5. Фазовая диаграмма обменно анизотропного изингоподобного негейзенберговского магнетика.

Проведенное здесь исследование позволяет построить фазовую картину в плоскости J и K при произвольных соотношениях отрицательной обменной анизотропии (рис. 1.5).

Фазовый переход между $QU_2 - \Phi M_{\parallel}$ фазами, осуществляемый в изучаемой модели, происходит только при изменении соотношения между обменными интегралами и не зависит от значения параметров межионной анизотропии. Такое

поведение системы объясняется тем, что изучаемая модель является изингоподобным магнетиком с немалой одноосной анизотропией (ось симметрии которой совпадает с осью квантования), которая ни с какими другими взаимодействиями не «конкурирует». При этом фазовый переход $QU_2 - \Phi M_{\parallel}$ возможен только за счёт конкуренции билинейного и биквадратичного (изинговского типа) обменных взаимодействий [38].

Основные результаты первого раздела

1. Впервые показано, что в негеизенберговском ферромагнетике со сложной межионной анизотропией возможна реализация нематического состояния особого типа – угловой нематической фазы. Принципиальным отличием этой фазы от осевого и плоскостного нематика является то, что в угловой фазе вектор-директор ориентирован под некоторым углом к оси квантования. Кроме того, при определенных соотношениях материальных параметров возможна реализация и угловой ферромагнитной фазы.
2. Показано, что анизотропия обменного взаимодействия снимает вырождение нематического состояния, т.е. энергии осевого нематика и плоскостной тензорной фазы не совпадают, как это наблюдается в изотропном негеизенберговском магнетике с $S=1$.
3. Показано, что тензорная фаза QU_2 не является нематической фазой, а фазой с квадрупольным упорядочением, т.е. в этом состоянии отсутствует спонтанное нарушение тензора квадрупольных моментов.
4. В случае устойчивости нематических фаз, исследование системы показало, что фазовые переходы, сопровождающиеся изменением тензорного параметра порядка, по характеру не отличаются от ориентационных фазовых переходов.
5. Показано, что при отрицательных значениях параметров межионной анизотропии поведение системы аналогично поведению изинговского негеизенберговского ферромагнетика.

РАЗДЕЛ 2. Динамика и статика негейзенберговского антиферромагнетика со сложной межионной анизотропией

В предыдущем разделе были подробно изучены динамические и статические свойства негейзенберговского ферромагнетика со сложной межионной анизотропией. Однако, в последнее время особый интерес вызывают свойства магнетиков с скомпенсированными магнитными моментами подрешеток. Это связано с интенсивным развитием относительно новой области магнетизма – спинтроники. В работе [56] было показано, что спиновый ток оказывает большое влияние на магнитоупорядоченные системы с нулевым интегральным магнитным моментом, т.е. на двухподрешеточные антиферромагнетики. Это обстоятельство позволяет надеяться на улучшение характеристик при записи и чтении информации [57-61] и принципиально повысить (до терагерц) частоту генераторов с накачкой спиновым током.

Однако, использование антиферромагнетиков в устройствах спинтроники возможно не только в антиферромагнитном упорядочении. Хорошо известно, что в спиновых магнитных системах в гамильтониане которых присутствуют высшие спиновые инварианты могут быть устойчивыми фазы как с магнитным порядком, т. е. с ненулевым средним значением спина подрешетки, так и фазы в которых $\langle S \rangle = 0$ в каждой подрешетке. В таких магнетиках спонтанное нарушение вращательной симметрии возникает за счёт средних значений спиновых мультиполей [29,83]. Такое состояние носит название спинового нематика (SN), и известно, что оно реализуется в изотропных магнетиках со спином магнитного иона единица $S = 1$. Геометрическим образом SN-фазы является квадрупольный эллипсоид, представляющий симметричный тензор второго ранга S_{ij} . В основном состоянии этот эллипсоид является эллипсоидом вращения, следовательно, симметрия основного состояния на узле есть C_{∞} . Для системы, в которой предусмотрена возможность разбиения на две эквивалентные подрешетки, определены условия реализации ортогонально нематической фазы (ON), для

которой ориентации главной оси квадрупольных эллипсоидов подрешеток перпендикулярны. [20-22].

Наряду с исследованием изотропных двухподрешеточных спиновых систем, в области интересов лежит также изучение свойств обменно-анизотропных моделей, для которых возможна реализация новых спиновых состояний и неожиданные динамические свойства. Важно подчеркнуть тот факт, что состояния реализуемые в анизотропных негейзенберговских магнетиках строго говоря не являются спиновыми нематиками, поскольку симметрия квадрупольных средних в этих системах иная, чем в изотропных негейзенберговских магнетиках [7].

2.1. Плотность свободной энергии и спектры элементарных возбуждений в антиферромагнитных фазах

Далее изучим влияние анизотропии обменного взаимодействия на фазовые состояния и особенности динамики негейзенберговского антиферромагнетика. Знаки параметров системы определим таким образом, чтобы учесть возможность разбиения магнитной подсистемы на две эквивалентные магнитные подрешетки. Понятно, что разбиение на две эквивалентные подрешетки такого рода происходит только тогда, когда знак константы билинейного обменного взаимодействия отрицательный $J_{nn'} < 0$.

Рассматриваемая модель представляет собой антиферромагнетик со спином магнитного иона $S=1$, для которого предполагается возможность разбиения на две подрешетки. Подобного рода выбор значения спина дает возможность учитывать помимо билинейного (гейзенберговского) обменного взаимодействия $J_{nn'}$, в том числе и биквадратичное обменное взаимодействие $K_{nn'}$. В результате гамильтониан системы примет вид аналогичный гамильтониану (1.1):

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ J_{nn'} \left[S_n^z S_{n'}^z + \Delta \left(S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y \right) \right] + K_{nn'} \left[O_{2n}^0 O_{2n'}^0 / 3 + \Delta_1 \left(O_{2n}^{zx} O_{2n'}^{zx} + O_{2n}^{yz} O_{2n'}^{yz} \right) + \Delta_2 \left(O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + O_{2n}^{xy} O_{2n'}^{xy} \right) \right] \right\}, \quad (2.1)$$

где $J_{nn'}, K_{nn'} < 0$ константы билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий, соответственно; $\Delta, \Delta_1, \Delta_2 > 0$ параметры межюнной анизотропии; n, n' – номера подрешеток; O_j^i – операторы Стивенса.

Аналогично разделу 1 все исследования будем осуществлять в интервале низких температур, т.е. при условии $T \ll T_N$, где T_N температура Нееля. В область интересов исследования попадают различные спиновые состояния, которые могут реализовываться при изменении соотношения между материальными параметрами. Таким образом, когда билинейное обменное взаимодействие превалирует над биквадратичным $|J|/|K| > 1$ очевидно, что главными характеристиками состояния системы станут дипольные параметры порядка подрешеток. В ином случае $|J|/|K| < 1$ в силу эффекта квантового сокращения спина, намагниченности подрешеток могут быть равны нулю, а магнитный порядок будут формировать квадратичные по операторам спина тензорные параметры порядка [22,106]. В ряде работ [20-22] указана возможность реализации ортогонально нематических состояний в изотропных многоподрешеточных системах при условии, что $|J|/|K| < 1$. В рамках этой работы интерес представляет поиск аналогичных состояний в негейзенберговском магнетике в зависимости от величины анизотропии межюнного взаимодействия.

При этом мы понимаем, что учет межюнной анизотропии не позволяет считать эти фазовые состояния в строгом смысле нематическими, поскольку само понятие «спиновый нематик» строго определено для изотропной системы [75,106]. Однако, как мы увидим в дальнейшем, при исследовании фаз с тензорными параметрами порядка их симметричные свойства очень близки к свойствам спиновых нематиков [20]. Поэтому ниже мы сохраним данную терминологию.

Приступить к изучению системы, в которой прямо учтена анизотропия, следует с установления основной спиновой конфигурации на каждом узле [6]. С этой целью произведём переход в собственную систему координат для каждого узла посредством унитарного преобразования $U(\theta)$, которое явно можно записать следующим образом:

$$\tilde{H} \rightarrow U(\theta) H U^{-1}(\theta),$$

где

$$U(\theta) = \prod_m \exp(-i\theta_m S_m^y) \exp(-i\varphi_m S_m^z). \quad (2.2)$$

Такого вида преобразование соответствует линейному преобразованию спиновых операторов и операторов Стивенса $S_m^\alpha = \sum_\beta u_m^{\alpha\beta} S_m^\beta$,

$O_{2m}^{\alpha\beta} = \sum_{\alpha',\beta'} u_m^{\alpha\alpha'} u_m^{\beta\beta'} O_{2m}^{\alpha'\beta'}$, где $u_m^{\alpha\beta} = u_m^{\alpha\beta}(\theta_m, \varphi_m)$ – матрица поворотов, m – номера

узлов подрешеток. Следует упомянуть, что преобразование (2.2) дает возможность перейти к так называемому сокращенному описанию, то есть, анализировать двухподрешеточную систему подобно одноподрешеточной. Вернуться же к двухподрешеточному гамильтониану достаточно легко проведя обратное преобразование $U^{-1}(\theta)$.

Выделим в гамильтониане (2.1) средние, связанные с упорядочением магнитного момента, а также квадрупольные моменты $q_2^n = \langle O_2^n \rangle$, и все дальнейшее рассмотрение будем осуществлять в приближении среднего поля. При этом одноузельный гамильтониан приобретет вид:

$$H_0(n) = -H_z S_n^z - H_x S_n^x - B_2^0 O_{2n}^0 - B_2^2 O_{2n}^2 - B_2^{zx} O_{2n}^{zx} \quad (2.3)$$

здесь H_z, H_x – функции параметров системы $J_0, \langle S \rangle, \Delta$ и параметров унитарного преобразования θ_n и φ_n ; коэффициенты B_2^0, B_2^2, B_2^{zx} пропорциональны модулю K_0 и являются функциями параметров $J_0, \langle S \rangle, \Delta$ и углов θ_n и φ_n , а $J_0 = \sum_{n'} J_{nn'}$,

$K_0 = \sum_{n'} K_{nn'}$ – нулевые фурье-компоненты билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий, соответственно.

Решение одноузельной задачи наиболее удобно провести при помощи диаграммной техники операторов Хаббарда, которая представляет собой унитарное преобразования N -уровневой системы [96].

Так одноузельный гамильтониан (2.3) выраженный через полный набор операторов Хаббарда примет вид:

$$H_0 = \sum_i \varepsilon_i X^{ii} + \sum_{i \neq j} V_{ij} X^{ij}, \quad V_{ji} = (V_{ij})^*, \quad (2.4)$$

где ε_i – «затравочная» энергия магнитного иона в состоянии $|i\rangle$; V_{ij} – недиагональные амплитуды. Оператор гамильтониана (2.4) диагонализуется с помощью обобщенного u - v преобразования [93]. Базис собственных векторов гамильтониана (2.4) определяется выражениями (1.6).

Поскольку связь операторов Хаббарда с операторами проекций спина определяется параметрами диагонализации гамильтониана, можно представить параметры порядка системы, как функции параметров диагонализации следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle S^z \rangle &= \cos 2\alpha \cos^2 \beta, \quad \langle S^x \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha + \sin \alpha) \sin 2\beta, \quad q_2^0 = 3 \cos^2 \beta - 2, \\ q_2^2 &= \sin 2\alpha \cos^2 \beta, \quad q_2^{zx} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha - \sin \alpha) \sin 2\beta. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Чтобы установить условия устойчивости фазовых состояний, реализуемых в системе, исследуем поведение плотности свободной энергии. Рассматриваемая область низких температур ($T \ll T_N$) позволяет приравнять плотность свободной энергии и энергию основного состояния. В общем случае выражение для плотности свободной энергии имеет громоздкий вид, поэтому для упрощения исследования рассмотрим два случая: первый, когда $\langle S^z \rangle \neq 0$ и реализуется дипольное или квадрупольно-дипольное упорядочение; второй, когда $\langle S^z \rangle = 0$ и

устанавливается тензорное упорядочение.

Так как в собственной системе координат с осью квантования OZ среднее значение $\langle S^x \rangle = 0$, при установлении антиферромагнитного порядка параметр u - v преобразований Боголюбова β становится равен нулю. Анализ плотности свободной энергии

$$F = \frac{1}{2} \left[J_0 (\Delta - 1) \cos^2 2\alpha - K_0 (\Delta_1 - 1 + (\Delta_2 - \Delta_1) \sin 2\alpha) (1 - \sin 2\alpha) \right] \sin^2 \theta + \frac{K_0}{8} (4\Delta_1 - 3 - \Delta_2) (\sin 2\alpha - 1)^2 \sin^4 \theta + \frac{1}{2} (J_0 + K_0 \Delta_2) \cos^2 2\alpha, \quad (2.6)$$

показывает, какие фазовые состояния будут реализовываться в системе. Здесь α – параметр u - v преобразований Боголюбова, угол θ показывает ориентацию вектора намагниченности с осью OZ для первой подрешетки, в силу преобразования (2.2) этот угол для второй подрешетки составит $(\pi - \theta)$.

Если $K_0 = 0$ среднее значение проекции спина остается постоянным и совпадает со значением насыщения $\langle S^z \rangle = 1$ при $\alpha = 0$. При $K_0 \neq 0$ в зависимости от величины параметра анизотропии Δ ориентация вектора магнитного момента изменяется и реализуются фазы с антиферромагнитным упорядочением. Первая – антиферромагнитная осевая фаза AFM_z при $\Delta < 1$ для которой вектор намагниченности ориентирован вдоль оси OZ , вторая – антиферромагнитная плоскостная фаза AFM_x при $\Delta > 1$ с вектором намагниченности ортогональным оси OZ . В плоскостной фазе наблюдается эффект редукции спина, в связи с чем среднее от проекции спина не достигает единицы и определяется выражением:

$$\langle S^z \rangle = \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha_{\perp}}, \quad \sin 2\alpha_{\perp} = K_0 (1 - \Delta_2) / (4J_0 \Delta + K_0 (3 + \Delta_2)). \quad (2.7)$$

Помимо этого плоскостная антиферромагнитная фаза в рассматриваемом случае характеризуется не только дипольными параметрами порядка, но и квадрупольными, поэтому определим эту фазу как квадрупольно-ферромагнитную $AKFM_x$. Анализ плотности свободной энергии (2.6) позволил установить, что при определенном соотношении между параметрами

анизотропии ($4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 < 0$) в системе возможна промежуточная антиферромагнитная угловая фаза $AKFM_{\perp}$. Эта фаза так же является квадрупольной, т.е. характеризуется ненулевыми квадрупольными средними, а среднее значение спина строго меньше единицы $\langle S^z \rangle < 1$. Особенность этой фазы заключается в ориентации магнитного момента, который образует угол θ с осью квантования. Значение угла меняется в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$, и задается выражением:

$$\sin 2\alpha_{\perp} = \frac{K_0 \sin^2 \theta (1 - \Delta_2 + (4\Delta_1 - 3 - \Delta_2) \cos^2 \theta)}{K_0 (4\Delta_2 + (3(1 - \Delta_2) + (4\Delta_1 - 3 - \Delta_2) \cos^2 \theta) \sin^2 \theta) + 4J_0 (\cos^2 \theta + \Delta \sin^2 \theta)},$$

$$\cos 2\theta = \frac{K_0 (1 - \Delta_2) (1 + 3 \sin 2\alpha_{\perp}) - 4J_0 (1 - \Delta) (1 + \sin 2\alpha_{\perp})}{K_0 (4\Delta_1 - 3 - \Delta_2) (1 - \sin 2\alpha_{\perp})}. \quad (2.8)$$

Более детальные сведения об областях устойчивости и типах фазовых переходов между фазовыми состояниями, установленными выше определим, рассмотрев спектры элементарных возбуждений магнонов. Поскольку техника операторов Хаббарда позволяет точно учесть одноузельные корреляторы, дисперсионное уравнение (1.11), справедливо при произвольных соотношениях материальных параметров системы, то есть в различных фазовых состояниях исследуемой системы [107].

Спектры магнонов в AFM_z фазе имеют вид:

$$\varepsilon_1^2(k) = 4(J_0 - K_k \Delta_2)(J_0 + K_k \Delta_2); \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = (J_0 - K_0)^2 - (J_k \Delta - K_k \Delta_1)^2, \quad (2.10)$$

а спектры в $AKFM_x$ фазе можно представить в виде:

$$\varepsilon_3^2(k) = 4(J_0 \Delta - K_k \Delta_1) \left\{ (J_0 - J_k) \Delta + [J_k \Delta + K_k (3 + \Delta_2) / 4] (1 - \sin^2 2\alpha_{\perp}) \right\}; \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_4^2(k) = \Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2), \quad (2.12)$$

$$\Omega_1 = (J_0 + J_k) \Delta (1 - \sin 2\alpha_{\perp}) + (K_0 + K_k) \Delta_2 (1 + \sin 2\alpha_{\perp}),$$

$$\Omega_2 = K_k(\Delta_1 + \Delta_2) - J_k(1 + \Delta) - \sin 2\alpha_{\perp} [K_k(\Delta_1 - \Delta_2) + J_k(1 - \Delta)].$$

Прежде всего исследуем ситуацию при которой параметры межионной анизотропии связаны соотношением $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 < 0$. Так как выражения (2.7) и (2.8) для плоскостной $AKFM_x$ и угловой $AKFM_{\angle}$ фазы показывают, что $\langle S^z \rangle \neq 1$, можно говорить о том, что переходы между $AFM_z - AKFM_x$ и $AKFM_x - AKFM_{\angle}$ фазами проявляют свойства чисто ориентационных фазовых переходов. И учитывая поведение спектров (2.9) – (2.12) установим, что эти фазовые переходы являются фазовыми переходами второго рода (рис. 2.1.(а)). При движении к линии перехода между фазами $AKFM_{\angle} - AFM_z$, величина магнитного момента приближается к значению насыщения $\langle S^z \rangle = 1$. На самой же линии фазового перехода $J_0(\Delta - 1) = K_0(\Delta_1 - 1)$ обращается в ноль щель в спектре (2.10). Вместе с этим на линии фазового перехода $AKFM_x - AKFM_{\angle}$:

$$J_0(1 - \Delta) - K_0(\Delta_1 + \Delta_2) + [J_0(1 + \Delta) + K_0(\Delta_1 - \Delta_2)] \sin 2\alpha_{\perp} = 0$$

модули намагниченностей этих двух фаз совпадает. Такая ситуация может произойти только при $\theta = \pi/2$:

$$\sin 2\alpha_{\angle} = \sin 2\alpha_{\perp}$$

Щель в спектре (2.12) равна нулю так же на линии перехода между $AKFM_x - AKFM_{\angle}$ фазами. В пределе $k \rightarrow 0$ спектры (2.10) и (2.12) имеют пропорциональный волновому вектору закон дисперсии на линиях фазовых переходов в угловую фазу.

Перейдём к изучению поведения системы, когда угловая фаза становится неустойчива, а именно когда соотношения параметров анизотропии $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 > 0$. Тогда становится возможным прямой фазовый переход между AFM_z и $AKFM_x$ фазами, кроме того этот фазовый переход неориентационный. Это утверждение можно объяснить следующим образом. На линии фазового перехода $AFM_z - AKFM_x$ фазы кроме поворота вектора намагниченности на угол $\pi/2$ происходит также скачок модуля вектора магнитного момента со значения

$\langle S^z \rangle = 1$ в AFM_z фазе до величины $\langle S^z \rangle < 1$ в $AKFM_x$ фазе, значение которого вычисляется из выражения (2.7) (рис. 2.1.(б)). Равенство плотностей свободной энергии в AFM_z и $AKFM_x$ фазах задает линию фазового перехода:

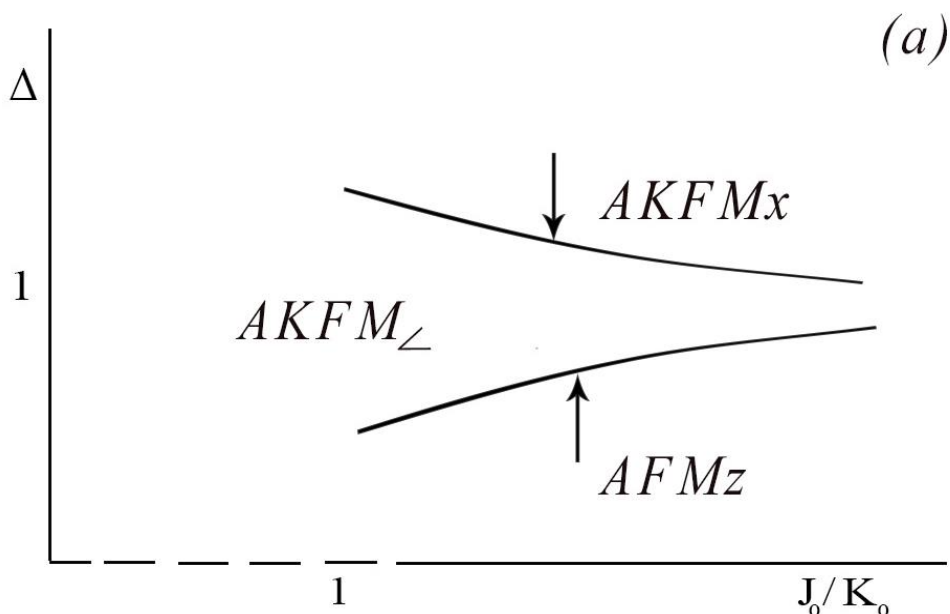
$$J_0(\Delta - 1) = \frac{1}{4} K_0(\Delta_2 - 1)(1 + \sin 2\alpha_{\perp}).$$

В окрестности линии фазового перехода $AFM_z - AKFM_x$ ветви возбуждений (2.10) и (2.12) становятся неустойчивыми. Из условия равенства нулю щелей в спектрах получат линии потери устойчивости:

$$J_0(\Delta - 1) = K_0(\Delta_1 - 1),$$

$$J_0(1 - \Delta) - K_0(\Delta_1 + \Delta_2) + [K_0(\Delta_1 - \Delta_2) + J_0(1 + \Delta)] \sin 2\alpha_{\perp} = 0.$$

Данные выражения определяют линии потери устойчивости фаз AFM_z и $AKFM_x$, соответственно. Такие свойства спектры проявляют при фазовых переходах I-го рода.



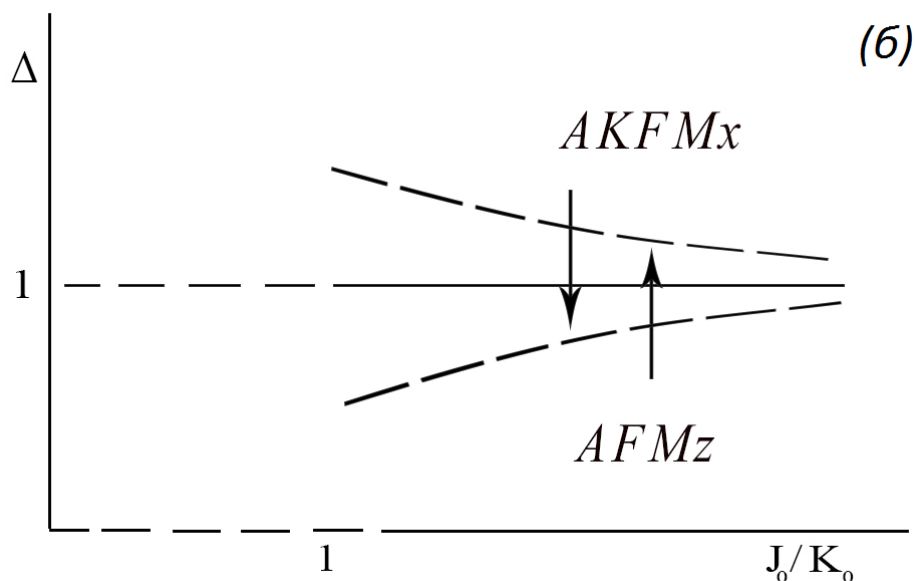


Рисунок 2.1. а) Фазовая диаграмма *AFM* фаз в случае $J > K$ и $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 < 0$;

б) Фазовая диаграмма *AFM* фаз в случае $J > K$ и $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 > 0$.

2.2. Ортогонально-нематические фазы

Задачей этого подраздела является исследование статических и динамических свойств нематических фаз в двухподрешеточном анизотропном магнетике. Выберем $|K_0| > |J_0|$ и параметры межионной анизотропии Δ, Δ_1 и Δ_2 таким образом, чтобы антиферромагнитное упорядочение стало энергетически невыгодным. При $K_0 < 0$ одноподрешеточная нематическая фаза не может быть реализована. Это означает, что магнетик будет находиться в двухподрешеточном состоянии с $\langle S^z \rangle = 0$ в каждой из подрешеток, а направления векторов-директоров будут взаимно ортогональны. Учет анизотропии обменного взаимодействия приводит тому, что появляется выделенное направлений вектора-директора тензора квадрупольного момента, в результате чего в системе возникают ортогонально нематические состояния.

Состояния в подрешетках описываются параметрами порядка, которые определяются как элементы симметричного тензора Π -го ранга. В спиновом пространстве квадрупольные средние можно изобразить, как эллипсоиды.

Симметрия гамильтониана (2.1) такова, что главные оси тензора квадрупольных эллипсоидов подрешеток лежат строго в одной из ортогональных плоскостей XOZ , YOZ или XOY ; причём энергия основного состояния в плоскостях YOZ и XOZ одинакова. Параметры порядка системы для произвольной фазы задаются выражениями (2.5). Так как в рассматриваемом нематических состояниях среднее значение проекции спина $\langle S^z \rangle = 0$, параметр α принимает конкретные значения. С учетом этого квадрупольные средние примут следующий вид:

$$q_2^0 = 3\cos^2 \beta - 2, \quad q_2^2 = -\cos^2 \beta, \quad q_2^{zx} = \sin 2\beta.$$

При $\alpha = -\pi/4$ плотность свободной энергии (2.6) приобретет вид:

$$F = \frac{K_0}{3} + \frac{K_0}{8}(4\Delta_1 - 3 - \Delta_2)(1 - \cos^2 2\beta) \quad (2.13)$$

Учтем, что средние от проекции спина нулевые $\langle S_1^z \rangle = \langle S_2^z \rangle = 0$ и выполним обратное преобразованию (2.2) унитарное преобразование для второй подрешетки:

$$q_2^i(2) = \langle U(-\varphi) O_2^i U^+(-\varphi) \rangle, \quad U(\varphi) = e^{-i\varphi S^y} \quad (\varphi = \frac{\pi}{2}), \quad (2.14)$$

Применив преобразование (2.14) становится возможным выразить параметры порядка подрешеток для любого соотношения между константам анизотропии и в зависимости от параметра u - v преобразования β . Исследование плотности свободной энергии (2.13) на экстремум показало, что, возможна реализация трех ортогонально нематических состояний (ON), которые возникают при различных соотношениях между материальными параметрами исследуемой системы и параметрами анизотропии.

Рассмотрим конкретные условия реализации двухподрешеточных тензорных состояний при различных соотношениях параметров межионной анизотропии. Если выполняется условие: $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 < 0$, и параметр $\beta = 0$, что приводит к равенству нулю проекций спина на ось OX и OZ $\langle S_i^x \rangle = \langle S_i^z \rangle = 0$ (индекс (i) – номер магнитной подрешетки), тогда квадрупольные

параметры порядка подрешеток с номерами один и два будут определены, соответственно:

$$q_2^0(1) = 1, q_2^2(1) = -1, q_2^{zx}(1) = 0;$$

$$q_2^0(2) = -2, q_2^2(2) = 0, q_2^{zx}(2) = 0.$$

При таких величинах квадрупольных параметров функции основного состояния подрешеток принимают вид $|\psi_1\rangle = (|1\rangle - |-1\rangle)/\sqrt{2}$ и $|\psi_2\rangle = |0\rangle$. Легко убедиться, в том, что они ортогональны: $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$. Назовём и обозначим такое состояние ON_1 фаза. Квадрупольные средние в этом состоянии в первой и второй подрешетке соответственно равны:

$$\langle(S_1^x)^2\rangle = 0, \langle(S_1^y)^2\rangle = \langle(S_1^z)^2\rangle = 1;$$

$$\langle(S_2^x)^2\rangle = \langle(S_2^y)^2\rangle = 1, \langle(S_2^z)^2\rangle = 0.$$

Вследствие этого главные оси одноосных эллипсоидов этой фазы лежат в плоскостях XOY и ZOY .

Когда параметры анизотропии удовлетворяют условию: $4\Delta_1 - 3 - \Delta_2 > 0$, а значение $\beta = \frac{\pi}{4}$, принимая во внимание обратное преобразование (2.14), определим волновые функции основного состояния такие, что $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$, при том их явный вид:

$$|\psi_1\rangle = (|1\rangle - |-1\rangle)/2 + |0\rangle/\sqrt{2}, \quad |\psi_2\rangle = -(|1\rangle - |-1\rangle)/2 + |0\rangle/\sqrt{2},$$

а значения тензорных параметров порядка подрешеток соответственно равны:

$$q_2^0(1) = -1/2, q_2^2(1) = -1/2, q_2^{zx}(1) = 1 \quad \text{и} \quad q_2^0(2) = -1/2, q_2^2(2) = -1/2, q_2^{zx}(2) = -1.$$

Из связи квадрупольных параметров со средними значениями квадратов спиновых операторов выразим:

$$\langle(S_1^x)^2\rangle = \frac{1}{2}, \langle(S_1^y)^2\rangle = 1, \langle(S_1^z)^2\rangle = \frac{1}{2}, \langle S_1^x S_1^z + S_1^z S_1^x \rangle = 1;$$

$$\langle (S_2^x)^2 \rangle = \frac{1}{2}, \langle (S_2^y)^2 \rangle = 1, \langle (S_2^z)^2 \rangle = \frac{1}{2}, \langle S_2^x S_2^z + S_2^z S_2^x \rangle = -1.$$

Далее построим геометрический образ данного состояния в спиновом пространстве. Для этого необходимо провести исследование поверхности, которая задаётся уравнением $\vec{S}(\hat{q}\vec{S})=1$, где вектор $\vec{S}=(S^x, S^y, S^z)$, а тензор

$$\hat{q}=q^{ij}=\langle Q^{ij} \rangle = \frac{1}{2} \langle S^i S^j + S^j S^i \rangle (i, j = x, y, z).$$

Тогда уравнения поверхности подрешетки с номером один примет вид:

$$\frac{1}{2} \langle (S_1^x)^2 \rangle + \langle (S_1^y)^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle (S_1^z)^2 \rangle + \langle (S_1^x S_1^z + S_1^z S_1^x) \rangle = 1;$$

а с номером два:

$$\frac{1}{2} \langle (S_2^x)^2 \rangle + \langle (S_2^y)^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle (S_2^z)^2 \rangle - \langle (S_2^x S_2^z + S_2^z S_2^x) \rangle = 1.$$

Приведём эти уравнения к главным осям. Для этого воспользуемся преобразованием поворота вокруг оси OY на угол $\pi/4$ в подрешетке с номером один, и в противоположном направлении на угол $-\pi/4$ в подрешетке с номером два. В результате для первой и второй подрешеток соответственно уравнения поверхностей представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \langle (S_1^x)^2 \rangle + \langle (S_1^y)^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle (S_1^z)^2 \rangle &= 1; \\ -\frac{1}{2} \langle (S_2^x)^2 \rangle + \langle (S_2^y)^2 \rangle + \frac{3}{2} \langle (S_2^z)^2 \rangle &= 1. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Из (2.15) следует, что геометрический образ этого состояния представляют собой эллипсоиды вращения. При этом главные оси ориентированы которых в плоскости XOZ. Кроме того, главная ось эллипсоида в первой подрешетке составляет угол $\pi/4$ с осью OZ и ориентирована в первой четверти; главная ось эллипсоида во второй подрешетке также ориентирована под углом $\pi/4$ к оси OZ, при этом лежит во второй четверти. Поскольку в этом состоянии главные оси квадрупольных эллипсоидов подрешеток образуют угол с осью квантования OZ

такое состояние, по аналогии с разделом 1, мы обозначим ON_{\angle} и назовем угловой ортогонально нематической фазой.

В случае, когда параметры унитарных преобразований выбраны равными $\alpha=\pi/4$ и $\beta=0$, то выражение для плотности свободной энергии имеет следующий вид:

$$F = -\frac{K_0}{6}(1 - 3\Delta_2). \quad (2.16)$$

Применим преобразование обратное унитарному повороту (2.2) к вектору состояния второй подрешетки. Это преобразование имеет явный вид:

$$q_2^i(2) = \langle U(-\varphi) O_2^i U^+(-\varphi) \rangle, \quad U(\varphi) = e^{-i\varphi S^z}, \quad \varphi = \pi/2,$$

В результате получим векторы основного состояния в подрешетках $|\psi_1\rangle = (|1\rangle + |-1\rangle)/\sqrt{2}$ и $|\psi_2\rangle = (|1\rangle - |-1\rangle)/\sqrt{2}$ ($\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$). Вместе с этим определим значения параметров порядка и квадрупольные средние в подрешетках в следующем виде:

$$q_2^0(1) = 1, \quad q_2^2(1) = 1, \quad q_2^{zx}(1) = 0, \quad \langle (S_1^x)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S_1^y)^2 \rangle = 0, \quad \langle (S_1^z)^2 \rangle = 1;$$

$$q_2^0(2) = 1, \quad q_2^2(2) = -1, \quad q_2^{zx}(2) = 0, \quad \langle (S_2^x)^2 \rangle = 0, \quad \langle (S_2^y)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S_2^z)^2 \rangle = 1.$$

Последние выражения показывают, что геометрические образы состояний подрешеток представляют собой эллипсоиды, диски которых лежат в плоскости ZOX и ZOY соответственно подрешеток под номером один и два. Обозначим такое состояние ON_2 .

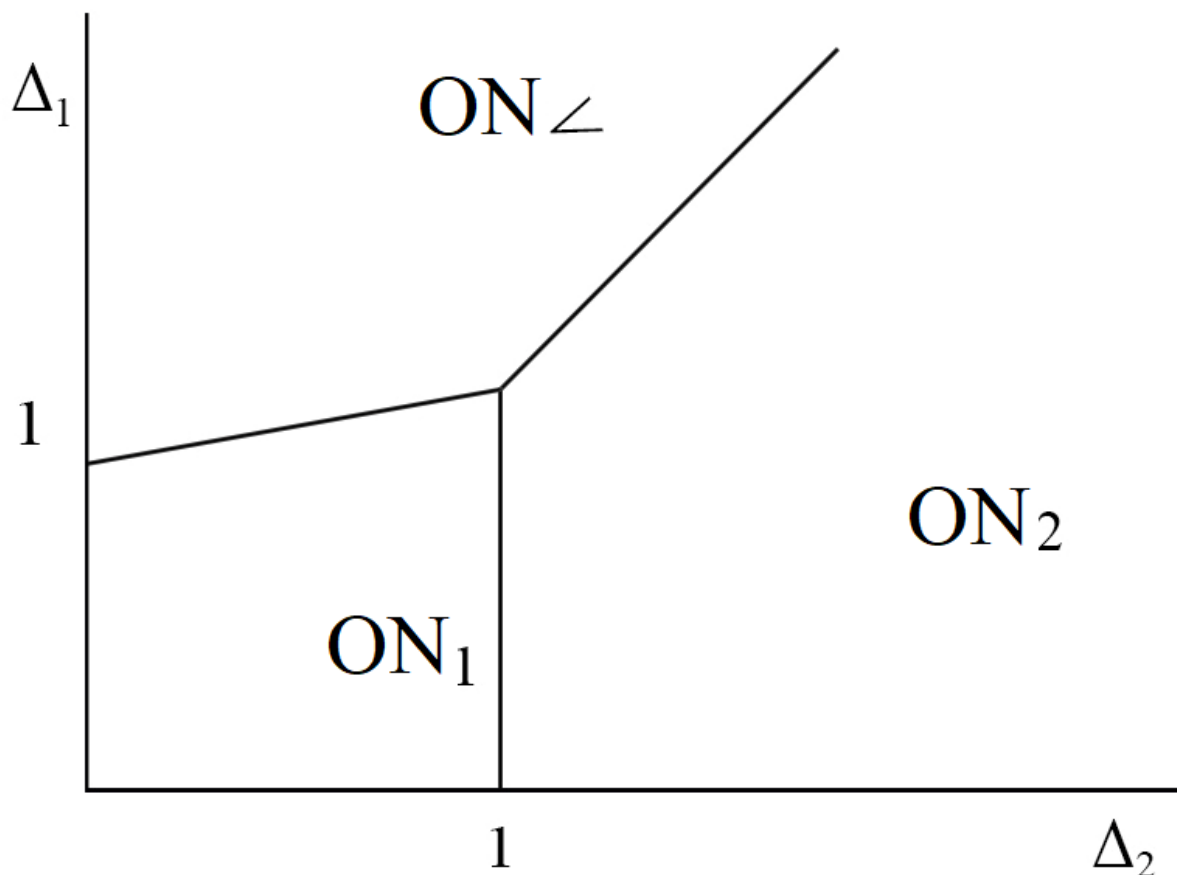


Рисунок 2.2. Диаграмма фазовых состояний системы в случае реализации ON фаз при $|K| > |J|$.

На рисунке 2.2. изображена фазовая диаграмма магнетика в случае реализации ON фаз. Переходы между ON фазами происходят на прямых, которые задаются в плоскости (Δ_1, Δ_2) . Из равенства плотностей свободных энергий в соответствующих фазах легко получить уравнения этих прямых:

$$ON_1 - ON_2: \Delta_2 = 1;$$

$$ON_1 - ON_{\angle}: 4\Delta_1 = \Delta_2 + 3;$$

$$ON_2 - ON_{\angle}: \Delta_1 = \frac{1}{4}(5\Delta_2 - 1),$$

Исследование спектров элементарных возбуждений в ортогонально нематических состояниях дает возможность установить не только области устойчивости данных фаз, но и типы фазовых переходов между ними. Спектры

магнонов определяются решением дисперсионного уравнения (1.11) с учетом соответствующих параметров порядка для этих фаз.

В ON_1 -фазе спектры имеют вид:

$$\varepsilon_1^2(k) = \left[\frac{1}{2} K_0 (3 + \Delta_2) + 2J_k \Delta \right] \left[\frac{1}{2} K_0 (3 + \Delta_2) - 2K_k \Delta_1 \right]. \quad (2.17)$$

а спектры в ON_2 -фазе:

$$\varepsilon_2^2(k) = 4(K_0 \Delta_2 + J_k)(K_0 - K_k) \Delta_2. \quad (2.18)$$

В ON_{\angle} -фазе спектры возбуждений принимают вид:

$$\varepsilon_3^2(k) = \left[\frac{1}{4} K_0 (4\Delta_1 - 1 - 3\Delta_2) + J_k (1 - \Delta) \right] \cdot \left[\frac{1}{4} K_0 (4\Delta_1 - 1 - 3\Delta_2) + J_k (\Delta_2 - \Delta_1) \right]; \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_4^2(k) = (K_0 \Delta_1 + J_k \Delta) [4K_0 \Delta_1 - K_k (3 + \Delta_2)]. \quad (2.20)$$

Фазовые переходы между ортогонально нематическими фазами можно интерпретировать как переориентационные и происходят только при изменении значений параметров межионной анизотропии Δ_1 и Δ_2 . Под «переориентацией» в случае нематических фаз уместно понимать поворот главных осей квадрупольных эллипсоидов.

Фазовый переход между ON_1 - ON_{\angle} фазами проявляется как является ориентационным фазовым переходом II-го рода. На прямой $4\Delta_1 = \Delta_2 + 3$ энергетические щели в спектрах (2.17) и (2.20) равны нулю в длинноволновом пределе ($k \rightarrow 0$), а спектры на линии фазового перехода являются линейными по волновому вектору \vec{k} .

Прямая $\Delta_2 = 1$ задает линию фазового перехода между ON_1 и ON_2 фазами, которая проявляет свойства ориентационного фазового перехода I-го рода, для которого характерно скачкообразное изменение параметров, причём спектры элементарных возбуждений не размягчаются на линии фазового перехода. Спектр (2.17) ON_1 фазы на линии $\Delta_2 = \frac{4\Delta J_0}{K_0} - 3$ при волновом векторе $k \rightarrow \pi$ перестаёт

быть устойчивым, а щель в спектре (2.18) ON_2 фазы равно нулю также при $k \rightarrow \pi$ на линии потери устойчивости $\Delta_2 = \frac{J_0}{K_0}$.

Фазовый переход $ON_2 - ON_{\angle}$ проявляет свойства ориентационного фазового перехода первого рода. Щели в спектрах магнонов на линии фазового перехода $4\Delta_1 = 5\Delta_2 - 1$ не обращаются в ноль. Спектр магнонов в ON_2 фазе, как следует из (2.18) теряет устойчивость на линии $\Delta_2 = J_0/K_0$ при $k \rightarrow \pi$. Линия потери устойчивости спектра в ON_{\angle} фазе определяется из равенства нулю энергетической щели спектра (2.20), и имеет вид $\Delta_1 = (J_0/K_0)\Delta$ при $k \rightarrow \pi$.

2.3. Фазовые переходы, связанные с продольной динамикой

В подразделе 2.1 были рассмотрены квадрупольно антиферромагнитные и антиферромагнитные фазы и переходы между ними в случае большого значения константы билинейного обменного взаимодействия ($J_0/K_0 \gg 1$). Понятно, что устойчивость той или иной фазы определяется соотношением материальных констант системы (J_0, K_0). Однако поскольку в системе учитывается влияние обменной анизотропии условия реализации состояний будут скорректированы параметрами анизотропии. Таким образом, представляет интерес рассмотреть случай $J_0/K_0 \leq 1$. Сконцентрируем внимание на различных соотношениях между параметрами анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия, учитывая все возможные комбинации при которых обнаруживаются устойчивые фазовые состояния.

Исследуем поведение системы при условии: $4\Delta_1 > 3 + \Delta_2$ (рис.2.3). При такой комбинации между параметрами обменной анизотропии в зависимости от соотношения между материальными параметрами (Δ и J_0/K_0) реализуются AFM_z , $AKFM_x$, ON_{\angle} состояния. Ранее было проведено исследование дипольных AFM фаз. Здесь сосредоточим внимание на фазовых переходах между дипольными ортогональными нематическими состояниями.

Выберем такое соотношение параметров Δ и J_0/K_0 , чтобы в системе могли реализоваться AFM_z , $AKFM_x$ и ON_{\angle} фазы (рис.2.3). Ясно, что это возможно только в случае. Фазовые переходы между антиферромагнитными фазами были рассмотрены выше, теперь обратимся к фазовым переходам между нематическими и фазами с дипольным порядком.

Фазовый переход между осевой антиферромагнитной и ортогонально нематической угловой $AFM_z - ON_{\angle}$ происходит на линии $J_0 = \frac{1}{4}K_0(4\Delta_1 + 1 - \Delta_2)$, о чем говорит равенство свободных энергий в этих фазах. Если $k \rightarrow \pi$ щели в спектрах (2.9), (2.10) и (2.19), (2.20) для этих фаз равны нулю в области $J_0/K_0 < 1$ на линии потери устойчивости (2.19) $J_0(1 - \Delta) = \frac{1}{8}K_0(4\Delta_1 - 1 - 3\Delta_2)$, а в противоположном случае при $J_0/K_0 > 1$ на линии $J_0 = K_0\Delta_2$, т.е. потери устойчивости спектра (2.10). Область сосуществования AFM_z и ON_{\angle} фаз лежит, очевидно, между линиями потери устойчивости. Следовательно, фазовый переход между $ON_{\angle} - AFM_z$ фазами, является фазовым переходом первого рода: на линии фазового перехода модуль намагниченности меняется от значения 0 до значения 1 скачком.

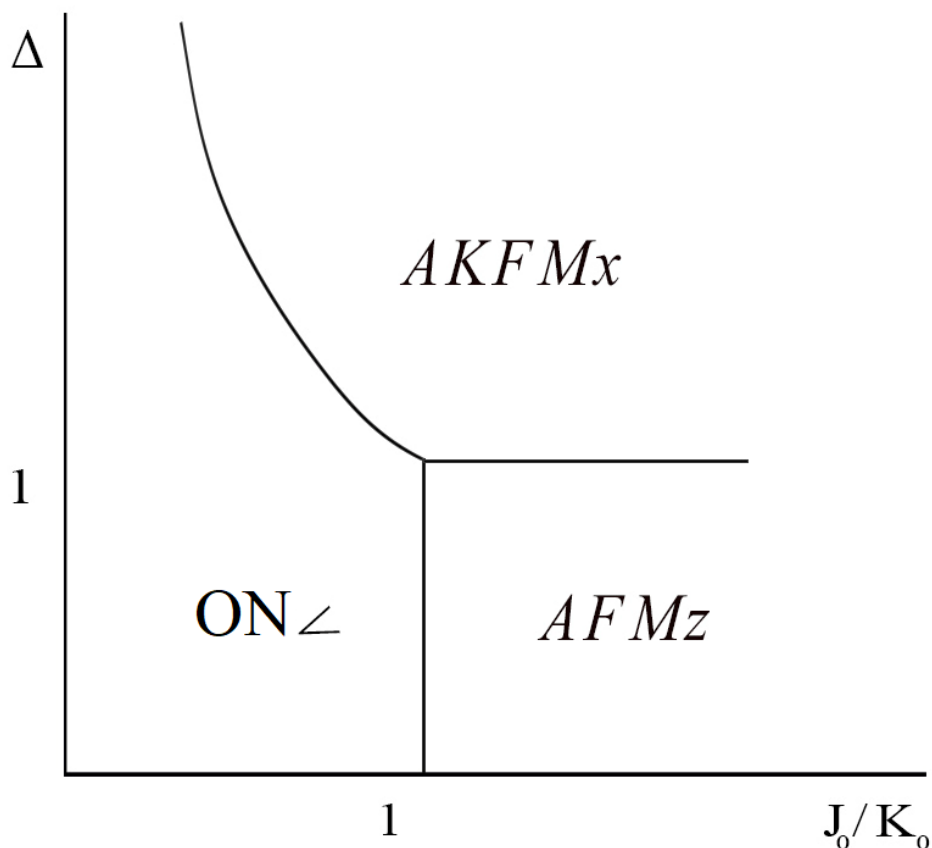


Рисунок 2.3. Фазовая диаграмма рассматриваемой системы при $4\Delta_1 > 3 + \Delta_2$ и $J_0/K_0 \leq 1$.

Фазовый переход плоскостная антиферромагнитная фаза – угловой ортогональный нематик ($AKFM_x - ON_{<}$) происходит на линии $J_0\Delta = K_0\Delta_1$. Эта же линия соответствует случаю, когда щели ветвей спектров (2.12) и (2.20) при $k \rightarrow \pi$ становятся равными нулю. Этот фазовый переход представляет собой фазовый переход 2-го рода. Для него характерно непрерывное уменьшение намагниченности при приближении к линии фазового перехода из квадрупольно-ферромагнитной фазы $AKFM_x$. На самой линии фазового перехода $J_0\Delta = K_0\Delta_1$ намагниченность обращается в ноль $\langle S^z \rangle = 0$.

Далее определим следящие границы для параметров анизотропии: $4\Delta_1 < 3 + \Delta_2$ и $\Delta_2 < 1$. Тогда в системе могут быть устойчивы AFM_z , $AKFM_{<}$, $AKFM_x$ и ON_1 фазы. Полная фазовая диаграмма в этом случае представлена на

рисунке 2.4.

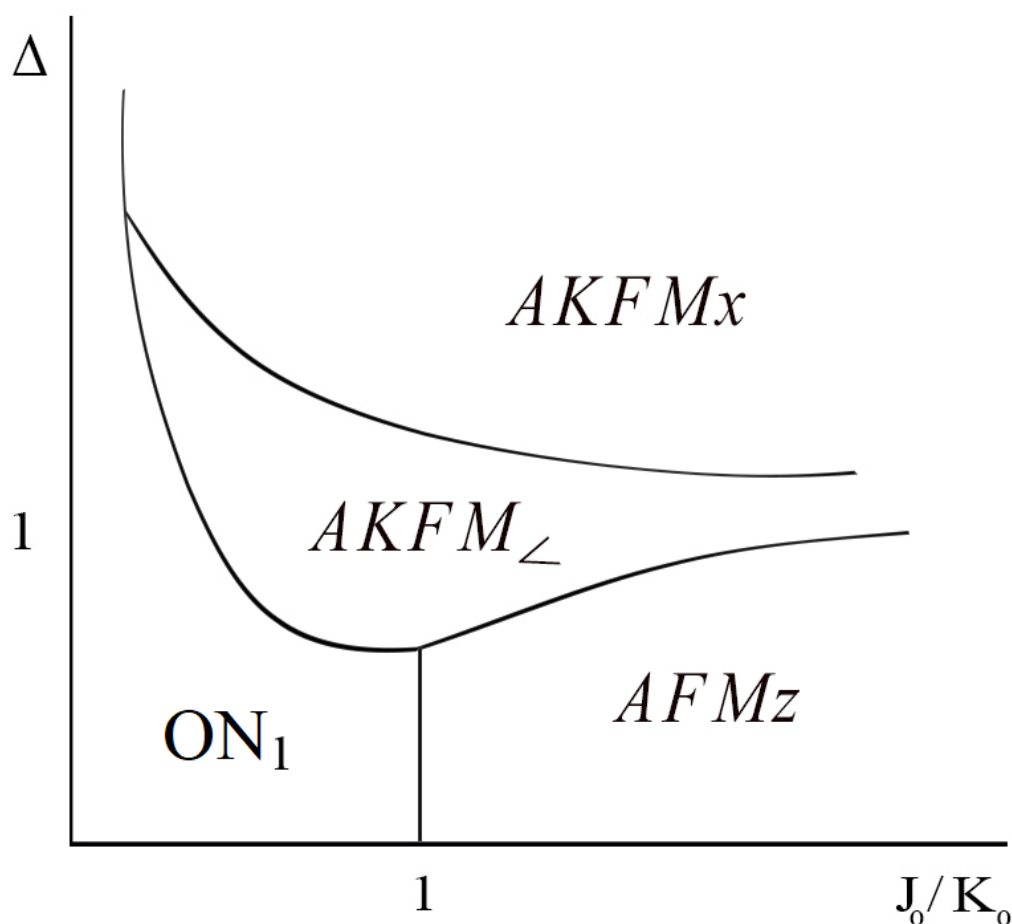


Рисунок 2.4. Фазовая диаграмма двухподрешеточного негейзенберговского магнетика при $4\Delta_1 < 3 + \Delta_2$, $\Delta_2 < 1$.

Равенство свободных энергий в $AFM_z - ON_1$ фазах показало, что фазовый переход происходит только по параметрам билинейного и биквадратичного обменного взаимодействия на линии $J_0 = K_0$. Энергетические щели в спектрах (2.9), (2.10) и (2.17) в этих фазах равны нулю только если $J_0/K_0 < 1$ при $k \rightarrow \pi$ на линиях потери устойчивости спектра (2.17) $J_0\Delta = K_0(3 + \Delta_2)/4$. Рассматривая же обратный случай $J_0/K_0 > 1$, то линия потери устойчивости спектра (2.17) примет вид $J_0 = K_0\Delta_2$. Между этими линиями лежит область, в которой AFM_z, ON_1 фазы сосуществуют. Переход между $AFM_z - ON_1$ фазами - фазовый

переходом первого рода при котором намагниченность меняется скачкообразно.

Если $k \rightarrow \pi$, щель в спектре (2.11) будет равна нулю на линии границы $AKFM_x - ON_1$ фаз, которая задается уравнением: $J_0\Delta = K_0\sqrt{(1 + \Delta_2)}/2$. Однако, если $k \rightarrow \pi$, то спектр ON_1 фазы (2.17) теряет устойчивость уже на линии $J_0\Delta = K_0(3 + \Delta_2)/4$, которая, заметим, при $\Delta_2 \rightarrow 1$ полностью эквивалента линии фазового перехода $J_0\Delta = K_0\sqrt{(1 + \Delta_2)}/2$.

Линия границы $AKFM_{\angle} - ON_1$ фаз выражается из равенства свободной энергии (2.6) с учётом величин α и θ , которые вычисляются из соотношений (2.8) и (2.16) при условии $\beta = 0$. Поскольку это выражение достаточно громоздко и имеет достаточно сложное аналитическое решение, оно приводиться не будет. Следует отметить, что на линиях $J_0/K_0 = 1$ и $\Delta = 1$ симметрия системы становится выше. Вблизи этих линий имеют место разрывы линии фазового перехода $ON_1 - AKFM_{\angle}$ фаз. Область пересечения линий $J_0/K_0 = 1$ и $\Delta = 1$ требует дополнительного изучения, который выходит за пределы исследуемой задачи. Однако, вполне уверенно можно утверждать, что на линии фазового перехода $ON_1 - AKFM_{\angle}$ параметры порядка изменяются скачком.

Наконец, представляет интерес исследовать случай когда параметры анизотропии связаны неравенствами: $\Delta_2 > 1$ и $4\Delta_1 < 3 + \Delta_2$ (рис.2.5). Такой выбор параметров межионной анизотропии позволяет реализоваться в зависимости от обменных интегралов J_0/K_0 и Δ следующим фазовым состояниям: AFM_z , $AKFM_{\angle}$, $AKFM_x$ и ON_2 фазы.

Фазовый переход между $AFM_z - ON_2$ происходит на прямой, которая определяется выражением: $J_0 = K_0\Delta_2$. Если $k \rightarrow \pi$ щели в спектрах (2.9) и (2.20) рассматриваемых фаз равны нулю на линии фазового перехода, параметры порядка на этой линии претерпевают скачек. Последнее означает, что фазовый переход $AFM_z - ON_2$ является вырожденным фазовым переходом первого рода.

На линии границы $AKFM_x - ON_2$ фаз $J_0\Delta = K_0\left[\Delta_2 - 1 + \sqrt{2\Delta_2(1 + \Delta_2)}\right]/2$ щели в

спектрах (2.11), (2.12) и (2.18) не обращаются в ноль. Спектр ON_2 фазы (2.18) теряет устойчивость на прямой $J_0 = K_0\Delta_2$ если $k \rightarrow \pi$, а спектр (2.11) $AKFM_x$ фазы неустойчив на линии $J_0\Delta = K_0\sqrt{(1 + \Delta_2)/2}$.

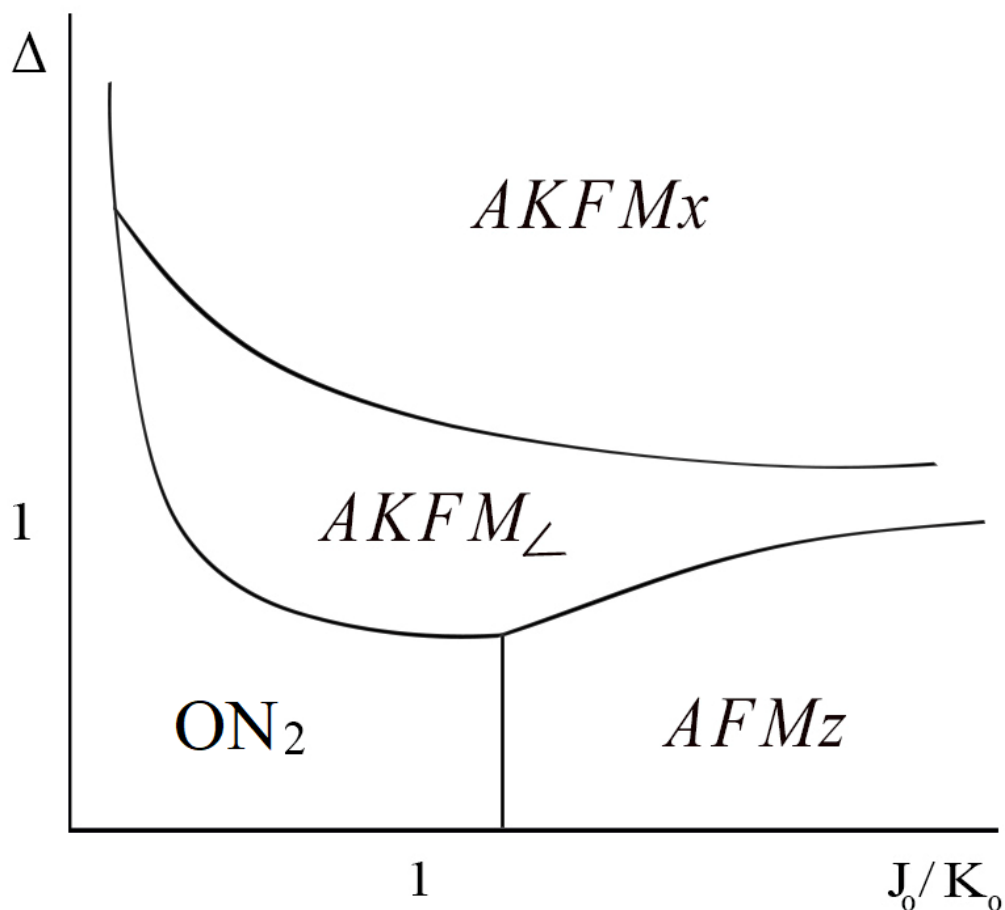


Рисунок 2.5. Фазовая диаграмма двухподрешеточного негейзенберговского магнетика при $4\Delta_1 < 3 + \Delta_2$, $\Delta_2 > 1$.

Рассуждения, касательно перехода $AKFM_z - ON_2$ аналогичны рассуждениям переходу $AKFM_z - ON_1$ фазы, и фазовый переход между описываемыми фазами является переходом 1-го рода.

Основные результаты второго раздела

1. Впервые показано, что в рассматриваемой модели негейзенберговского антиферромагнетика со сложной межионной анизотропией возможна реализация так называемого углового ортогонально-нематического состояния (ON_{\angle}), имеющего специфический геометрический образ. Реализация этого состояния невозможна в изотропном негейзенберговском магнетике с $S=1$. Кроме этого состояния возможно существование еще двух ортогонально-нематических фаз (ON_1 и ON_2), которые в случае изотропного спинового нематика являются вырожденными. В данной модели вырождение снимается влиянием межионной анизотропии биквадратичного обменного взаимодействия.
2. Впервые показано, что понятие ориентационного фазового перехода справедливо для двухподрешеточных систем с дипольными и тензорными компонентами параметра порядка. В случае реализации только ортогонально-нематических фаз анализ статических и динамических свойств системы показал, что фазовые переходы по тензорному параметру порядка по характеру близки к ориентационным фазовым переходам. На линиях неустойчивости фаз и на линиях фазового перехода спектры возбуждения линейны по волновому вектору.
3. Проведенные исследования статических и динамических свойств исследуемой системы позволили определить области устойчивости как фаз с дипольным параметром порядка, так и состояний, характеризуемых тензорными параметрами порядка. Кроме того, определены области устойчивости состояний, одновременно характеризуемых как дипольным параметром, так и компонентами тензора квадрупольных моментов (так называемые квадрупольно-антиферромагнитные состояния). Это позволило

построить фазовый портрет системы в зависимости от соотношения материальных параметров, а также определить типы фазовых переходов.

РАЗДЕЛ 3. Негайзенберговский магнетик с подрешетками (1/2, 1): статика и динамика

Тенденция развития твердотельной электроники определяется двумя ключевыми моментами: увеличением плотности элементной базы, а также ростом скорости работы устройств. В частности, для систем хранения информации важно, как снижение физического размера необходимого для записи одного бита, так и рост скорости записи и чтения данных, а также возможность управления частотой работы. Благодаря своим уникальным свойствам антиферромагнетики могут удовлетворить этим и другим требованиям, предъявляемым к современным материалам и выместить используемые для решения подобного рода задач ферромагнетики [63-65].

Благодаря тому, что антиферромагнетики, как и ферромагнитные материалы, испытывают воздействие спин-поляризованного тока [54], стала понятна возможность применения антиферромагнитных материалов в качестве базы для твердотельной электроники. Кроме того, в силу ряда своих особенностей, антиферромагнетики проявляют некоторые свойства, не наблюдающиеся у классических ферромагнетиков, которые затрудняют их использование в качестве носителей информации. К таким особенностям можно отнести высокую чувствительность к наличию дефектов в образце, способных нарушить подрешеточную структуру. Последнее требует поиска новых альтернативных материалов, которые бы не обладали данным недостатком. В качестве такого альтернативного материала предлагается использовать ферримагнетики, которые вблизи точки компенсации проявляют схожие с антиферромагнетиками динамические свойства [108].

Ферримагнетики, как материал перспективный для использования в спинтронике, представляют немалую значимость. Такие как, например, аморфные сплавы редкоземельных металлов с элементами группы железа (типа $GdFeCo$ [49]) являются типичными представителями класса ферримагнетиков. Известно, что эти сплавы обладают металлической проводимостью, а это позволяет при их

применении использовать стандартные магниторезистивные эффекты для считывания сигналов в информационных системах, или для преобразования энергии спиновых колебаний в переменный электрический ток. Также существенным является то, что в этих системах можно изменять магнитную анизотропию. Последнее свойство является принципиальным для высокочастотных приложений. Однако особенности возникновения эффектов спинтроники в ферримагнетиках практически не изучены.

Отметим еще одну важную особенность динамики ферримагнетиков. Как отмечалось во введении для ферримагнетиков существует возможность манипуляции намагниченностью с помощью фемтосекундных лазерных импульсов. Под действием лазерного импульса с длительностью меньше 100 фемтосекунд происходит сверхбыстрый (за время порядка нескольких пикосекунд) переворот намагниченностей подрешеток ферримагнетика [47-49].

Такой эффект сверхбыстрой переориентации не связан с поляризацией света и обусловлен, по всей видимости, только предельно коротким (но сильным, с максимальным значением температуры выше точки Кюри T_C) нагревом образца [50-52,109-111]. Причем, для описания эффекта существенна чисто продольная эволюция магнитных моментов подрешеток, так как стандартная поперечная спиновая динамика (определяемая уравнением Ландау–Лифшица) просто не возможна на столь коротких временах.

Данный раздел диссертации посвящен исследованию фазовых состояний и динамических свойств изотропного негейзенберговского ферримагнетика в котором одна из подрешеток имеет спин магнитного иона равный единице, а вторая - спин $\frac{1}{2}$ с учетом биквадратичного обменного взаимодействия в подрешетке со спином $S=1$.

3.1. Изотропный негейзенберговский ферримагнетик

3.1.1. Свободная энергия и фазовые состояния

В качестве исследуемой модели возьмём двухподрешеточный коллинеарный магнетик с нескомпенсированными магнитными моментами подрешеток. Выберем спин магнитного иона первой подрешетки равный одному $S = 1$, а для второй подрешетки выберем значение равное одной второй $\sigma = 1/2$.

Также учёт, что в подрешетке со спином единица кроме билинейного обменного взаимодействия присутствует также и биквадратичное [75]. Учет биквадратичного обменного взаимодействия приводит к тому, что эффект квантовой редукции спина будет возможен только в первой подрешетке, а во второй его наблюдение невозможно, что связано тем, что механизм квантового сокращения спина для систем со спином одна вторая невозможен. Запишем гамильтониан исследуемой системы в следующем виде:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{m,m'} J_1 (m - m') \sigma_m \sigma_{m'} - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_2 (n - n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} K (n - n') (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 - \frac{1}{2} \sum_{m,n} A (m - n) \sigma_m \mathbf{S}_n, \quad (3.1)$$

где J_1 – константа обменного взаимодействия для подрешетки со спином $\sigma=1/2$; J_2 , K – константы билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий соответственно для $S=1$; A – константа межподрешеточного обменного взаимодействия. Константы $J_1 > 0$, $J_2 > 0$ и $K > 0$ принимают строго положительные значения, а константа $A < 0$ принимает отрицательное значение, поскольку только в этом случае возможно антиферромагнитное упорядочение. Исследование будем проводить в области низких температур, а именно в температурном интервале ниже температуры Нееля ($T \ll T_N$, T_N – температура Нееля).

Важно подчеркнуть, что гамильтониан (3.1), рассматриваемый в данном разделе, является чисто модельным. Однако, эта модель вполне применима для качественного описания свойств магнитоупорядоченных материалов, таких как *EuSe*. подробная библиография по этому веществу, приведенная в [5,112]. Как отмечается в этих работах, в этом материале возможен каскад фазовых переходов типа AFM-FiM-AFM. При этом, в интервале температур примерно от 1 до 3 °К он

является ферримагнетиком. Кроме того, поле анизотропии этого материала составляет менее 100 Э, так что его, с хорошей степенью точности, можно рассматривать как изотропный материал. Кроме того, как отмечено в [113], биквадратичное обменное взаимодействие играет в нем важную роль, поскольку билинейное обменное взаимодействие аномально мало. Следует также отметить, что в рассматриваемом интервале температур магнитный момент иона равен 1,68. Таким образом, модель, рассмотренная в данной работе, вполне может быть использована для описания фазовых состояний магнитов с биквадратичным обменным взаимодействием. Мы рассмотрим возможные фазовые состояния системы, описываемой гамильтонианом (3.1).

Переход между фазовыми состояниями происходит при изменении как величины, так и знака обменных интегралов (и их соотношения между собой) [8,21,78,97,114]. Изменение материальных параметров системы может происходить, например, за счет изменения концентрации магнитных ионов, или в результате приложения внешних механических напряжений, которые приводят к деформации кристаллической решетки. Контекст данной работы такой, что каким способ варьирования вещественных параметров в рассматриваемой модели не существенно.

Система, рассматриваемая в данном разделе изотропная поэтому направление оси квантования выберем произвольно, а именно определим ось OZ в качестве оси квантования. Результатом этого выбора становится следующее распределение направлений средних значений подрешеток: среднее значение спина для первой подрешетки сонаправлено с осью квантования, а во второй подрешетки – направлено противоположно этой оси. Такую ориентацию магнитных моментов подрешеток задает константа межподрешеточного обменного взаимодействия $A < 0$, знак которой определяет антипараллельную ориентацию магнитных моментов для подрешеток. С целью упрощения математических выкладок подвернем вторую подрешетку так, чтобы направления осей квантования обеих подрешеток совпадали. Этого можно достичь используя унитарный поворот $U(\varphi) = \prod_l \exp(i\varphi\sigma_l^x)$ на угол $\varphi = \pi$. Последнее

преобразование приводит к преобразованиям компонент оператора спина второй подрешетки, которые можно представить в виде:

$$\sigma_m^x \rightarrow \sigma_{m'}^x, \sigma_m^y \rightarrow -\sigma_{m'}^y, \sigma_m^z \rightarrow -\sigma_{m'}^z.$$

Последующие расчёты будем осуществлять в рамках алгебры операторов Стивенса [56], которые являются генераторами группы SO(3) симметрии исследуемой системы, что позволяет реализовать полный набор динамических переменных.

В результате гамильтониан системы представленный через операторы Стивенса принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} H = & -\frac{1}{2} \sum_{m,m'} J_1(m-m') (\sigma_m^x \sigma_{m'}^x + \sigma_m^y \sigma_{m'}^y + \sigma_m^z \sigma_{m'}^z) - \\ & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left[J_2(n-n') - \frac{K(n-n')}{2} \right] (S_n^x S_{n'}^x + S_n^y S_{n'}^y + S_n^z S_{n'}^z) - \\ & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} K(n-n') \left(\frac{1}{3} O_{2n}^0 O_{2n'}^0 + O_{2n}^1 O_{2n'}^1 + \tilde{O}_{2n}^1 \tilde{O}_{2n'}^1 + O_{2n}^2 O_{2n'}^2 + \tilde{O}_{2n}^2 \tilde{O}_{2n'}^2 \right) - \\ & -\frac{1}{2} \sum_{m,n} A(m-n) (\sigma_m^x S_n^x - \sigma_m^y S_n^y - \sigma_m^z S_n^z), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $O_2^0 = 3(S^z)^2 - S(S+1)$; $O_2^1 = \frac{1}{2} [S^z, (S^+ + S^-)]_+$; $\tilde{O}_2^1 = \frac{1}{2i} [S^z, (S^+ - S^-)]_+$; $O_2^2 = \frac{1}{2} [(S^+)^2 + (S^-)^2]$; $\tilde{O}_2^2 = \frac{1}{2i} [(S^+)^2 - (S^-)^2]$ – операторы Стивенса.

В гамильтониане (3.2) проведём процедуру выделения среднего поля. Причем поскольку гамильтониан содержит, как биквадратичные по спину слагаемые необходимо учитывать средние как дипольных параметров порядка $\langle S^z \rangle$, так и квадрупольных ($q_2^t = \langle O_2^t \rangle$). В результате получим одноузельный гамильтониан:

$$H_0 = \bar{H}_\sigma \sigma_n^z + \bar{H}_S S_n^z - B_2^0 O_{2n}^0 - B_2^2 O_{2n}^2 + \Delta \quad (3.3)$$

где:

$$\begin{aligned} \bar{H}_S &= \frac{1}{2} A(0) \langle \sigma^z \rangle - (J_2(0) - K(0)/2) \langle S^z \rangle, \\ \bar{H}_\sigma &= \frac{1}{2} A(0) \langle S^z \rangle - J_1(0) \langle \sigma^z \rangle, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$B_2^0 = \frac{K(0)}{6} q_2^0, \quad B_2^2 = \frac{K(0)}{2} q_2^2,$$

$$\Delta = \frac{1}{2} J_1(0) \langle \sigma^z \rangle^2 + \frac{1}{2} \left(J_2(0) - \frac{K(0)}{2} \right) \langle S^z \rangle^2 + \frac{K(0)}{4} \left(\frac{(q_2^0)^2}{3} + (q_2^2)^2 \right) - \frac{1}{2} A(0) \langle S^z \rangle \langle \sigma^z \rangle,;$$

где $J_1(0), J_2(0), K(0), A(0)$ – нулевые Фурье-компоненты обменных интегралов.

Кроме того, мы учли то обстоятельство, что отличными от нуля (из-за симметрии системы) будут только мультипольные средние $q_2^0 = \langle O_{2n}^0 \rangle$ и $q_2^2 = \langle O_{2n}^2 \rangle$.

Как уже отмечалось в предыдущих разделах данной работы, корректный учет как билинейного, так и биквадратичного обменных взаимодействий удастся провести в рамках диаграммной техники для операторов Хаббарда [92]. Эти операторы строятся на базисах собственных функций операторов $S^z (|M\rangle, M = -1, 0, 1)$ и $\sigma^z (|m\rangle, m = -1/2, 1/2)$ для первой $X^{M'M} = |M'\rangle\langle M|$ и второй $Y^{m'm} = |m'\rangle\langle m|$ подрешеток, соответственно, причём операторы $X^{M'M} = |M'\rangle\langle M|$ описывают переход магнитного иона из состояния M' в состояние M . Спиновые операторы легко выразить через операторы Хаббарда, формулы перехода от спиновых операторов и операторов Стивенса к операторам Хаббарда принимают вид [90]:

$$S^z = X^{11} - X^{-1-1}, \quad O_2^2 = X^{1-1} + X^{-11}, \quad O_2^0 = X^{11} - 2X^{00} + X^{-1-1},$$

$$\sigma^z = \frac{1}{2} \left(Y^{\frac{11}{22}} - Y^{\frac{1}{2} \frac{1}{2}} \right), \quad \sigma^+ = Y^{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}, \quad \sigma^- = (\sigma^+)^+.$$

Тогда в терминах операторов Хаббарда одноузельный гамильтониан (3.3) можно представить в виде:

$$H_0 = \frac{1}{2} \bar{H}_\sigma \left(Y^{\frac{11}{22}} - Y^{\frac{1}{2} \frac{1}{2}} \right) + \bar{H}_S (X^{11} - X^{-1-1}) - B_2^2 (X^{1-1} + X^{-11}) - B_2^0 (X^{11} - 2X^{00} + X^{-1-1}). \quad (3.5)$$

Как видно, гамильтониан (3.4) является недиагональным, и для его диагонализации используем унитарное преобразование

$$\tilde{H}_0 = U(\alpha) H_0 U^\dagger(\alpha),$$

явный вид которого: $U(\alpha) = 1 + (\cos \alpha - 1)(X^{11} + X^{-1-1}) + \sin \alpha (X^{1-1} - X^{-11})$.

В результате чего получим гамильтониан (3.5) в диагональном виде:

$$\tilde{H}_0 = \varepsilon_1 X^{11} + \varepsilon_0 X^{00} + \varepsilon_{-1} X^{-1-1} + \varepsilon_{\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2} \frac{1}{2}} + \varepsilon_{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2} \frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -B_2^0 + \bar{H}_s \cos 2\alpha - B_2^2 \sin 2\alpha + \Delta, \quad \varepsilon_0 = B_2^0 + \Delta, \\ \varepsilon_{-1} &= -B_2^0 - \bar{H}_s \cos 2\alpha + B_2^2 \sin 2\alpha + \Delta, \\ \varepsilon_{\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \bar{H}_\sigma, \quad \varepsilon_{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \bar{H}_\sigma, \end{aligned} \quad (3.7)$$

энергетические уровни магнитных ионов первой и второй подрешеток, соответственно.

Волновые функции подрешеток имеют вид:

$$\begin{aligned} \Psi(1) &= \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle; \quad \Psi(0) = |0\rangle \text{ и } \Psi(-1) = -\sin \alpha |1\rangle + \cos \alpha |-1\rangle; \\ \Phi\left(\frac{1}{2}\right) &= \left|\frac{1}{2}\right\rangle \text{ и } \Phi\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|-\frac{1}{2}\right\rangle. \end{aligned} \quad (3.8)$$

В результате переход от спиновых операторов к операторам Хаббарда, построенных на базисе собственных функций гамильтониана (3.8) можно осуществить, используя следующие соотношения:

$$S_n^z = \cos 2\alpha (X_n^{11} - X_n^{-1-1}) - \sin 2\alpha (X_n^{1-1} + X_n^{-11});$$

$$S_n^+ = \sqrt{2} [\sin \alpha (X_n^{01} - X_n^{-10}) + \cos \alpha (X_n^{0-1} + X_n^{10})]; \quad S_n^- = (S_n^+)^\dagger, S_n^- = (S_n^+)^\dagger,$$

где α – является параметром унитарного u-v преобразования и вычисляется из равенства недиагональных амплитуд:

$$\bar{H}_s \sin 2\alpha = -B_2^2 \cos 2\alpha$$

Существующая связь операторов проекций спина и операторов Хаббарда даёт возможность выразить параметры порядка через параметр α :

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha, \quad q_2^2 = \langle O_2^z \rangle = \sin 2\alpha, \quad q_2^2 = \langle O_2^z \rangle = \sin 2\alpha, \quad q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = 1.$$

В области температур ниже температуры Нееля плотность свободной энергии системы (в расчёте на один спин) в среднеполевом приближении

совпадает с минимальным по величине энергетическом уровне. Тогда плотность свободной энергии можно выразить как:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_s + \mathcal{F}_\sigma,$$

$$\mathcal{F}_s = \varepsilon_1, \mathcal{F}_\sigma = \frac{\varepsilon_1}{2}.$$

Из явного вида энергетических уровней следует, что нижайшими энергетическими уровнями являются ε_1 для подрешетки с $S=1$ и $\frac{\varepsilon_1}{2}$ для подрешетки соответствующей $\sigma=1/2$.

Учитывая явный вид энергетических уровней подрешеток и параметров порядка свободную энергию, как функцию параметра α представим в виде:

$$F = -\frac{K(0)}{12} - \frac{|A(0)|}{4} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} (J_2(0) - K(0)) \cos^2 2\alpha, \quad (3.9)$$

Здесь мы явно учли, что константа межподрешеточного обменного взаимодействия $A < 0$.

В формулу (3.9) входят как вещественные параметры магнетика, так и параметр унитарного преобразования α . Значит, для определения устойчивых состояний можно провести процедуру минимизации для плотности свободной энергии по параметру α . В результате получим следующее уравнение

$$\frac{|A(0)|}{4} \sin 2\alpha + (J_2(0) - K(0)) \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 0, \quad (3.10)$$

решения которого имеют вид:

$$\sin 2\alpha = 0, \quad \cos 2\alpha = \frac{|A(0)|/4}{K(0) - J(0)}.$$

Проанализируем подробно эти решения.

Как легко видеть, решением уравнения $\sin 2\alpha = 0$ являются следующие значения параметра $\alpha = 0, \pi$. Поскольку мы предполагаем, что константа межподрешеточного обменного взаимодействия $A < 0$, то единственным решением на параметр α является $\alpha = \pi$. Это означает, что в системе реализуется ферромагнитное упорядочение (FiM) с векторами состояния подрешёток

$$|\Psi(1)\rangle = |1\rangle \text{ и } \left| \Phi\left(\frac{1}{2}\right) \right\rangle = -\left| \frac{1}{2} \right\rangle,$$

и параметрами порядка

$$\langle \sigma^z \rangle = -\frac{1}{2}, \langle S^z \rangle = \cos 2\alpha = 1, q_2^0 = 1, q_2^2 = 0.$$

Как видно, в этом состоянии первая и вторая подрешетки достигают насыщения, но вектора намагниченности антиколлинеарны.

Необходимо отметить, что это состояние является устойчивым, если материальные параметры системы удовлетворяют следующим соотношениям

$$J_2(0) > 0, J_2(0) > K(0) - \frac{|A(0)|}{4},$$

т.е. константа билинейного обменного взаимодействия превосходит константу биквадратичного взаимодействия. Кроме того, последнее неравенство можно представить в виде $\frac{|A(0)|}{4} > K(0) - J_2(0)$, т.е. намагниченность первой подрешетки достигает насыщения, если константа межподрешеточного обменного взаимодействия достаточно велика (по модулю).

Суммарное значение магнитного момента системы в FiM- фазе равно

$$\langle \sigma^z + S^z \rangle = \frac{1}{2}.$$

Более интересно второе решение уравнения (3.9). Поскольку $\cos 2\alpha$ определяет средний магнитный момент (на один узел) первой подрешетки, то эта величина должна быть положительной, т.е.

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha = \frac{|A(0)|/4}{K(0) - J(0)} > 0.$$

Отсюда следует, что второе решение уравнения (3.9) реализуется в случае, когда константа биквадратичного обменного взаимодействия превосходит константу билинейного обменного взаимодействия, т.е. $K(0) - J(0) > 0$. Кроме того,

функция \cos ограничена, следовательно, $\cos 2\alpha = \frac{|A(0)|/4}{K(0)-J(0)} < 1$. Таким образом, при $K(0) > J(0)$ в системе реализуется состояние с намагниченностью первой подрешетки меньше максимально возможного, а вторая подрешетка сохраняет насыщенное значение вектора намагниченности ($|\langle \sigma^z \rangle| = 1/2$), и представляет собой «подмагничивающее поле» для первой подрешетки. Таким образом, параметры порядка первой подрешетки в этом случае имеют вид:

$$\langle S^z \rangle = \frac{|A(0)|/4}{K(0)-J(0)} < 1, q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle = \sin 2\alpha < 1, q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = 1.$$

Таким образом, при $K(0) > J(0)$ и $K(0)-J(0) > |A(0)|/4$ в системе реализуется фаза, в которой как векторный параметр порядка ($\langle S^z \rangle$), так и компоненты тензора квадрупольных моментов (q_2^0) первой подрешетки принимают промежуточные значения лежащие в интервале между нулем и единицей, а вторая подрешетка играет роль постоянного «подмагничивающего поля». Таким образом, при больших значениях константы биквадратичного обменного взаимодействия в первой подрешетке возникает эффект квантового сокращения спина [69,72,73]. Такое состояние назовем квадрупольно-ферромагнитным (QFiM). Анализ свободной энергии показывает, что эта фаза будет устойчива при

$$\frac{(K(0)-J_2(0))^2 - \frac{A^2(0)}{16}}{K(0)-J_2(0)} > 0.$$

Векторы основного состояния подрешеток в QFiM-фазе имеют вид, соответственно:

$$|\Psi(1)\rangle = \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle, \left| \Phi \left(\frac{1}{2} \right) \right\rangle = - \left| \frac{1}{2} \right\rangle.$$

В этой фазе, с учетом квантового сокращения спина первой подрешетки [69,72,73], возможно такое соотношение материальных параметров, при котором

среднее значение магнитного момента первой подрешетки станет равен $\frac{1}{2}$. Учитывая, что векторы намагниченности первой и второй подрешеток антиколлинеарны, то при таком соотношении материальных параметров в системе возникает точка компенсации магнитных моментов подрешеток (скорее, линия компенсации). Из условия $\langle S^z \rangle = -\langle \sigma^z \rangle$, и учитывая, что $|\langle \sigma^z \rangle| = \frac{1}{2}$, получим

$$\frac{|A(0)|/4}{K(0) - J(0)} = -\frac{1}{2}.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$|A(0)| = 2(J(0) - K(0)). \quad (3.11)$$

Таким образом, уравнение (3.11) описывает линию в переменных (J, K, A) на которой суммарный средний магнитный момент подрешеток равен нулю ($\langle S^z + \sigma^z \rangle = 0$). Удобнее переписать уравнение (3.11) в приведенных переменных

$y = |A|/K$, $x = J/K$. Тогда уравнение (3.11) примет вид:

$$y = 2x - 2. \quad (3.12)$$

Необходимо отметить, что в отсутствие межподрешеточного обменного взаимодействия ($A(0) = 0$) $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha = 0$, т.е. параметр $\alpha = \pi/4$. Это означает, что при $A(0) = 0$ в первой подрешетке реализуется нематическое состояние [8,21,22,78,79,116], параметры порядка которого имеют вид:

$$\langle S^z \rangle = 0, q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle = 1, q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = 1.$$

При этом «подмагничивающее поле», т.е. вторая подрешетка не оказывает никакого влияния на первую.

Анализ свободной энергии позволяет определить и линию фазового перехода. Из равенства плотности свободной энергии в FiM – и QFiM-фазах получим линию фазового перехода между данными фазовыми состояниями

$$|A(0)| = 4(K(0) - J(0)),$$

или в приведенных переменных (x, y)

$$y = 4 - 4x. \quad (3.13)$$

Полученные результаты позволяют изобразить фазовую диаграмму рассматриваемой системы, причём, её удобнее привести в приведенных переменных (x, y) . Схематично эта диаграмма приведена на рис.3.1.

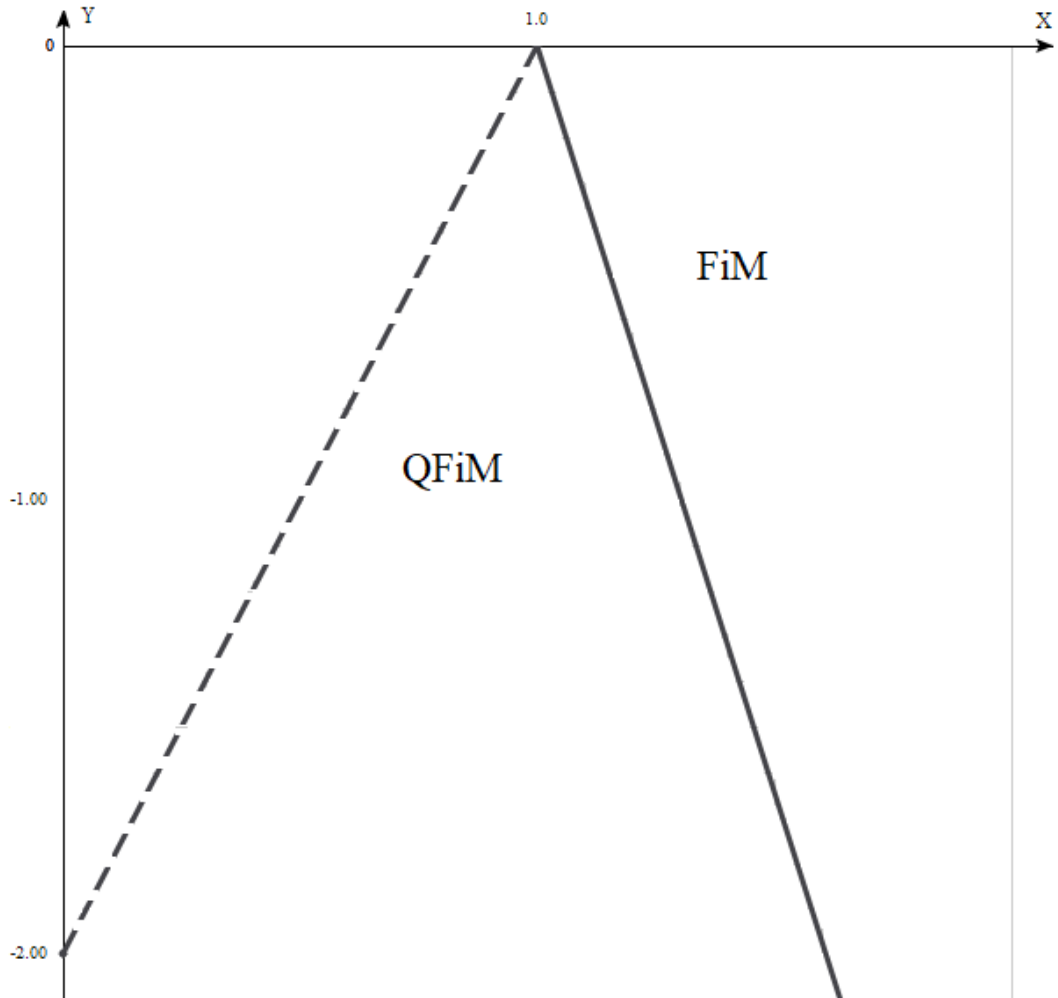


Рисунок 3.1. Фазовая диаграмма негейзенберговского ферримагнетика с подрешетками $S = 1$ и $\sigma = \frac{1}{2}$. Сплошная жирная линия – линия фазового перехода FiM-QFiM фаза; пунктирная линия – линия компенсации.

3.1.2. Термодинамическая теория фазовых переходов

Для определения типа фазового перехода QFiM- FiM применим термодинамическую теорию фазовых переходов Ландау [17]. Для этого рассмотрим плотность свободной энергии (3.9) в окрестности фазового перехода QFiM- FiM, т.е в окрестности линии $y = 4 - 4x$. Поскольку вторая подрешетка выполняет роль «подмагничивающего поля», и намагниченность ее в обоих фазах одинакова и постоянна ($\langle \sigma^z \rangle = 1/2$), сосредоточим свое внимание на первой подрешетке. Как было показано ранее, средний магнитный момент в подрешетке со спином единица равен $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha$, то параметр α фактически определяет дипольный и тензорные параметры порядка системы. Приближаясь к линии фазового перехода из QFiM фазы параметр $\alpha \ll 1$, и на линии перехода обращается в ноль. Раскладывая плотность свободной энергии (3.9) в ряд по этому параметру в QFiM-фазе в окрестности линии фазового перехода ($\alpha \rightarrow 0$) получим

$$F = F_0 + \Lambda \alpha^2 + \Theta \alpha^4 + \dots, \quad (3.14)$$

где $\Lambda = 2J_2(0) - 2K(0) + \frac{1}{2}|A(0)|$, $\Theta = -\frac{1}{6}|A(0)| - \frac{8}{3}J_2(0) + \frac{8}{3}K(0)$.

Для упрощения анализа выражения (3.14) представим коэффициенты Λ и Θ как функции относительных переменных x , y :

$$\Lambda = \frac{K(0)}{2}(4x - 4 + y), \quad \Theta = \frac{K(0)}{6}(-y - 16x + 16).$$

Анализ коэффициентов Λ и Θ вблизи линии $y = 4 - 4x$ показывает, что коэффициент Λ с точностью до множителя $K_0/2$ совпадает с линией фазового перехода, и в QFiM-фазе $\Lambda < 0$, а коэффициент $\Theta > 0$. Такое поведение коэффициентов разложения термодинамического потенциала (3.14) свидетельствует о том, что фазовый переход между QFiM и FiM фазами является переходом второго рода.

3.1.3. Спектры элементарных возбуждений изотропного негейзенберговского ферримагнетика в FiM фазе

Анализ спектров элементарных возбуждений позволяет не только более точно определить область устойчивости того или иного фазового состояния, но и дать точный анализ фазовых переходов. Для определения спектров элементарных возбуждений воспользуемся методом бозонизации операторов Хаббарда [114,117].

Для рассмотрения гамильтониана (3.1) в представлении бозевских операторов можно привлечь следующие соображения. Качественная физическая картина такого представления выглядит следующим образом. Магнитные ионы, образующие первую подрешетку имеют спин единица, т.е. магнитные ионы первой подрешетки представляют собой трехуровневую систему, а магнитные ионы второй подрешетки, имеющие спин $\frac{1}{2}$, являются двухуровневой системой. Если состояние $|\Psi(1)\rangle$ первой подрешетки рассматривать как «вакуумное», то возбужденное $|\Psi(0)\rangle$ состояние можно представить как состояние с квазичастицей типа « a ». Тогда $|\Psi(-1)\rangle$ можно рассматривать как состояние с одной квазичастицей сорта « b ». Для второй подрешетки в качестве «вакуумного» состояния возьмем $\left| \Phi\left(\frac{1}{2}\right) \right\rangle$, а состоянию $\left| \Phi\left(-\frac{1}{2}\right) \right\rangle$ сопоставим квазичастицу « c ». Эти соображения можно схематично проиллюстрировать рисунком 3.2.

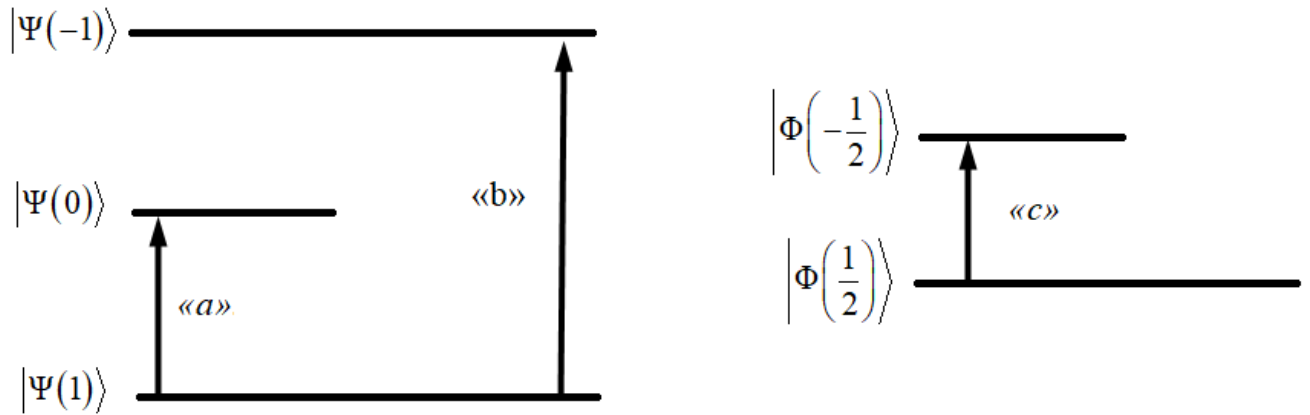


Рисунок 3.2. Идентификация бозеевских операторов.

Следует, однако, иметь в виду, что приведенные рассуждения в действительности являются не более чем наводящими соображениями, т.к. конечное число физических состояний приводит к существенной коррекции процедуры перехода к бозеевскому представлению. Отметим также, что при введении бозеевских операторов конкретная природа состояний не является существенной, и можно было бы с равным успехом переход в состояние $|\Psi(-1)\rangle$ сопоставить с рождением бозона типа « a », тогда как переход в состояние $|\Psi(0)\rangle$ сопоставить с рождением бозона типа « b ». Таким образом, с каждым узлом первой подрешетки свяжем два типа бозеевских операторов a и b , и с каждым узлом второй подрешетки свяжем оператор c .

Далее введем три набора состояний для операторов a^+a , b^+b и c^+c , которые выберем в качестве базисных векторов гильбертовых пространств H_a , H_b и H_c . Эти пространства определены таким образом, что операторы a^+ и a являются эрмитово сопряженными по отношению друг к другу в пространстве H_a , т.е.

$(a^+)^+ = a$. Аналогично для операторов c и b : $(b^+)^+ = b$, $(c^+)^+ = c$ в пространствах H_b и H_c , соответственно.

Построим прямое произведение пространств H_a , H_b и H_c . Поставим в соответствие операторам X_n^α псевдохаббардовские операторы \tilde{X}_n^α действующие в $H_{abc} = H_a \otimes H_b \otimes H_c$. Взаимосвязь псевдохаббардовских операторов с бозевскими операторами рождения и уничтожения магнов определяет следующими соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{X}_n^{-1-1} = b_n^+ b_n \\ \tilde{X}_n^{00} = a_n^+ a_n \\ \tilde{X}_n^{11} = 1 - a_n^+ a_n - b_n^+ b_n \\ \tilde{X}_n^{10} = a_n \\ \tilde{X}_n^{1-1} = b_n \\ \tilde{X}_n^{0-1} = a_n^+ b_n \\ \tilde{X}_n^{01} = a_n^+ \\ \tilde{X}_n^{-11} = b_n^+ \\ \tilde{X}_n^{-10} = b_n^+ a_n \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \tilde{Y}_m^{\frac{11}{22}} = \frac{1}{2} - c_m^+ c_m \\ \tilde{Y}_m^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = c_m^+ c_m \\ \tilde{Y}_m^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = (1 - c_m^+ c_m) c_m \\ \tilde{Y}_m^{-\frac{11}{22}} = c_m^+ \end{array} \right. \quad (3.15)$$

В последнем выражении приняты обозначения: a – бозе-операторы, описывающие переход иона первой подрешетки из состояния с энергией E_1 в состояние с энергией E_0 , b – описывают переход из состояния с энергией E_1 в состояние с энергией E_{-1} , а операторы c - бозеевские операторы, определяющие переход второй подрешетки из состояния $E_{\frac{1}{2}}$ в состояние $E_{-\frac{1}{2}}$.

Вообще говоря, операторы Хаббарда, а, следовательно, и гамильтониан системы (3.1) невозможно буквально выразить через какие-либо комбинации бозевских операторов. Однако, можно построить бозеевский аналог гамильтониана (3.1), т.е. оператор, действующий в бесконечномерном гильбертовом пространстве, причем определённая часть его матричных элементов оказывается равной матричным элементам исходного гамильтониана.

Легко убедиться, что алгебра Ли построенная на операторах \tilde{X} совпадает с алгеброй Ли операторов Хаббарда.

Применяя представление (3.15) перепишем гамильтониан (3.2) исследуемой системы в FiM фазе через бозевские операторы выделяя обменную часть и

одноузельный гамильтониан $H = H_{\text{int}} + H_0$. В результате получим гамильтониан в следующем виде:

$$H_{\text{int}} = \sum_k \left[-J_2(k) a_k^+ a_{-k} - K(k) b_k^+ b_{-k} - \frac{1}{2} J_1(k) c_k^+ c_{-k} - \frac{1}{2\sqrt{2}} A(k) (c_k a_{-k} + c_k^+ a_{-k}^+) \right];$$

$$H_0 = \sum_k \left[-\bar{H}_s c_k^+ c_k + (3B_2^0 - \bar{H}_s) a_k^+ a_k - 2\bar{H}_s b_k^+ b_k \right].$$

Здесь мы ограничились учетом только квадратичными слагаемыми по операторам рождения и уничтожения, т.е. мы рассматриваем идеальный газ квазичастиц. Как видно гамильтониан взаимодействия не диагонален по операторам a и c . Диагонализуя гамильтониан H_{int} стандартным u - v преобразованием Боголюбова, получим:

$$\mathcal{H} = \sum \{ \Omega_a(k) a_k^+ a_k + \Omega_b(k) b_k^+ b_k + \Omega_c(k) c_k^+ c_k \}, \quad (3.16)$$

где $\Omega_i(k)$ определяют спектры элементарных возбуждений рассматриваемого ферримагнетика:

$$\Omega_a(k) = \frac{1}{2} \sqrt{\left(J_2(0) - J_2(k) + \frac{1}{2} J_1(0) - \frac{1}{2} J_1(k) + \frac{3}{4} A(0) \right)^2 - \frac{1}{2} A^2(k) - \frac{1}{2} \left(J_2(k) - J_2(0) + \frac{1}{2} J_1(0) - \frac{1}{2} J_1(k) + \frac{1}{4} A(0) \right)}, \quad (3.17)$$

$$\Omega_b(k) = 2J_2(0) - K(0) - K(k) + \frac{1}{2} |A(0)|. \quad (3.18)$$

$$\Omega_c(k) = \frac{1}{2} \sqrt{\left(J_2(0) - J_2(k) + \frac{1}{2} J_1(0) - \frac{1}{2} J_1(k) + \frac{3}{4} A(0) \right)^2 - \frac{1}{2} A^2(k) + \frac{1}{2} \left(J_2(k) - J_2(0) + \frac{1}{2} J_1(0) - \frac{1}{2} J_1(k) + \frac{1}{4} A(0) \right)}, \quad (3.19)$$

Очевидно, что ветви возбуждений (3.16) и (3.18) являются «поперечными» возбуждениями первой и второй подрешеток, соответственно, и в отсутствие межподрешеточного обменного взаимодействия ($A = 0$) принимают стандартный вид [22]. Более интересным является поведение спектра (3.18), который представляет собой «продольную» ветвь возбуждений первой подрешетки, т.е. связана с колебанием длины вектора магнитного момента первой подрешетки. В

отсутствие межподрешеточного обменного взаимодействия ($A=0$) ветвь (3.18) описывает продольную ветвь возбуждений спинового нематика с $S=1$ [22]. Кроме того, из обращения в ноль энергетической щели в спектре (3.18), при $k \rightarrow 0$, получим линию потери устойчивости FiM-фазы:

$$2J_2(0) - K(0) - K(k) + \frac{1}{2}|A(0)| = 0,$$

которую в переменных (x, y) можно представить в виде:

$$y = 4 - 4x. \quad (3.20)$$

Линия потери устойчивости (3.20) FiM-фазы в точности совпадает с линией фазового перехода FiM-QFiM, определяемой выражением (3.13), из чего следует, что данный фазовый переход является переходом второго рода.

На рисунке 3.3 изображены спектры возбуждений изотропного ферримагнетика в ферримагнитной фазе. Из рисунка следует, что ветвь $\Omega_a(k)$ является безщелевой, а ветви $\Omega_b(k)$ и $\Omega_c(k)$ имеют энергетические щели при $k=0$. Щель в спектре $\Omega_b(k)$ определяется выражением (3.18), и, как уже отмечалось выше, соответствует линии фазового перехода (3.20). При $k=0$ энергетическая щель в спектре $\Omega_c(k)$ соответствует значению $|A(0)|/4$. Уравнение $A(0)=0$ задаёт линию перехода ($y=0$) между ферримагнитной фазой с интегральным магнитным моментом $1/2$ и ферромагнитным состоянием с интегральным магнитным моментом $3/2$.

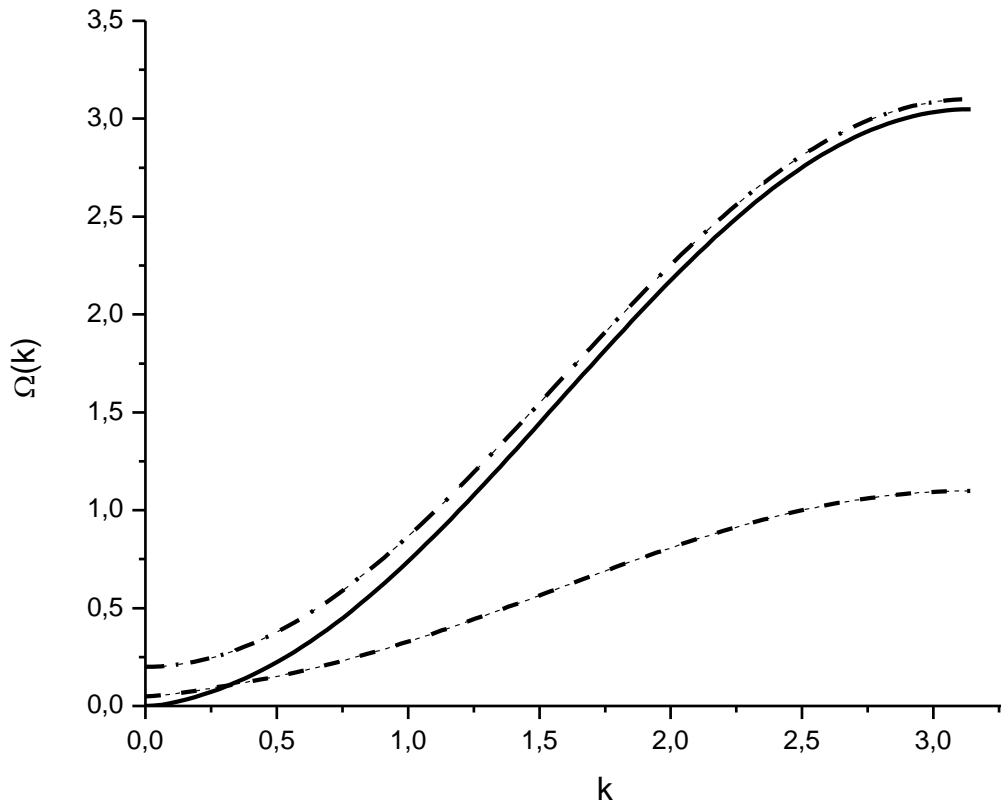


Рисунок 3.3. Спектры элементарных возбуждений негейзенберговского анизотропного ферримагнетика в FiM-фазе при $J_1 = 1$; $J_2 = 1,5$; $K = 1,45$; $|A| = 0,2$. Сплошная линия – ветвь $\Omega_a(k)$, пунктирная линия – ветвь $\Omega_c(k)$, штрих-пунктирная линия – ветвь $\Omega_b(k)$.

3.1.4. Спектры элементарных возбуждений изотропного негейзенберговского ферримагнетика в QFiM фазе

Исследуем спектры элементарных возбуждений в QFiM-фазе, поскольку наибольший интерес представляет динамика системы в окрестности линии компенсации. Как уже отмечалось ранее, параметры порядка в этой фазе имеют вид:

$$\langle \sigma^z \rangle = \frac{1}{2}; \langle S^z \rangle = \cos 2\alpha = \frac{|A(0)|}{4[K(0) - J(0)]}; q_2^0 = 1; q_2^2 = \sin 2\alpha,$$

а векторы основного состояния подрешеток в QFiM-фазе равны:

$$|\Psi(1)\rangle = \cos\alpha|1\rangle + \sin\alpha|-1\rangle, \quad \left| \Phi\left(\frac{1}{2}\right) \right\rangle = -\left| \frac{1}{2} \right\rangle.$$

Используя явный вид параметров порядка и связь (3.14) операторов Хаббарда с операторами рождения и уничтожения магнонов, для гамильтониана системы в QFiM фазе получим:

$$\begin{aligned} H_0 &= \sum_k \left[-\bar{H}_\sigma c_k^+ c_k + \left(3B_2^0 + B_2^2 \sin 2\alpha - \bar{H}_s \cos 2\alpha \right) a_k^+ a_k - 2 \left(B_2^2 \sin 2\alpha - \bar{H}_s \cos 2\alpha \right) b_k^+ b_k \right], \\ H_{\text{int}} &= \sum_k \left[-J_2(k) a_k^+ a_{-k} + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \left(K(k) - J_2(k) \right) \left(a_k a_{-k} + a_k^+ a_{-k}^+ \right) - \right. \\ &\quad - \frac{1}{2} K(k) b_k^+ b_{-k} + \frac{1}{4} K(k) \left(b_k b_{-k} + b_k^+ b_{-k}^+ \right) - \frac{1}{2} J_1(k) c_k^+ c_{-k} - \frac{1}{2\sqrt{2}} A(k) \cos 2\alpha \left(c_k a_{-k} + c_k^+ a_{-k}^+ \right) - \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{2}} A(k) \sin \alpha \left(c_k a_{-k}^+ a_{-k} + c_k^+ a_{-k} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.21)$$

Как следует из (3.21) обменная часть гамильтониана системы недиагональна по операторам a и c . Для диагонализации такого типа гамильтониана недостаточно будет применить лишь u - v преобразование Боголюбова, и процесс диагонализации намного более трудоемкий в сравнении с FiM фазой. Однако, как следует из анализа спектра (3.18), фазовый переход происходит только по «продольной» ветви колебаний. То есть для того, чтобы исследовать поведение системы в окрестности линии фазового перехода, нам достаточно рассмотреть спектр «продольных» магнонов в QFiM фазе, т.е. мы можем ограничиться мы можем ограничиться исследованием спектра магнонов типа b . Как следует из (3.21) гамильтониан «продольных» возбуждений может быть представлен в виде:

$$H_b = \sum_k \left[A^2(k) b_k^+ b_k + |B(k)|^2 \left(b_k^+ b_k^+ + b_k b_k \right) \right],$$

где

$$\begin{aligned} A(k) &= -2 \left(B_2^2 \sin 2\alpha - \bar{H}_s \cos 2\alpha \right) - \frac{1}{2} K(k), \\ B(k) &= B^*(k) = +\frac{1}{4} K(k), \end{aligned}$$

Тогда спектр «продольных» магнонов, с учетом выражений (3.4), может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned} \Omega_b^2(k) &= A^2(k) - |B(k)|^2 = \\ &= \left[K_0 - J_2(k) + \frac{1}{2}|A_0|\cos 2\alpha + (2J_{20} + J_2(k) - 2K_0 - K(k))\cos^2 2\alpha \right]^2 - \\ &- \left[\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha (J_2(k) - K(k)) \right]^2. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Легко видеть, что ветвь (3.21) при $\alpha \rightarrow 0$, т.е. при $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha \rightarrow 1$, в точности совпадает со спектром «продольных» возбуждений (3.18) в FiM-фазе. Кроме того, из равенства нулю энергетической щели в спектре Ω_b при $k \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$ получаем следующее соотношение:

$$|A(0)| = 4(K(0) - J(0)).$$

Эта линия совпадает с ранее определённой линией фазового перехода между FiM- и QFiM- фазами. Как следствие, переход между фазами FiM-QFiM протекает по «продольной» ветви возбуждений и является переходом второго рода.

3.2. НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИЙ ФЕРРИМАГНЕТИК С АНИЗОТРОПНЫМ МЕЖПОДРЕШЕТОЧНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

3.2.1. Фазовые состояния негейзенберговского ферримагнетика с анизотропным межподрешеточным обменным взаимодействием

Представляет интерес исследовать влияние анизотропии межподрешеточного обменного взаимодействия на фазовые состояния и динамику системы. Наибольший интерес, как нам кажется, представляет случай, когда межподрешеточное обменное взаимодействие обладает гигантской одноосной анизотропией обменной природы, т.е. представляет собой изинговское обменное взаимодействие. Гамильтониан такой системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
H = & -\frac{1}{2} \sum_{m,m'} J_1(m-m') \sigma_m \sigma_{m'} - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} J_2(n-n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} - \\
& -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} K(n-n') (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 - \frac{1}{2} \sum_{m,n} \tilde{A}(m-n) \sigma_m^z S_n^z.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Здесь, как и ранее, J_2 , K , J_1 – константы обменного взаимодействия в подрешетках с $S=1$ и $\sigma^z = 1/2$, соответственно; $\tilde{A} < 0$ – константа изинговского межподрешеточного обменного взаимодействия.

Сравнивая гамильтониан (3.21) с гамильтонианом (3.1) изотропного ферримагнетика видно, что отличие состоит лишь в отсутствии «поперечной» части межподрешеточного обменного взаимодействия в гамильтониане (3.23). Выбирая в качестве оси квантования легкую ось (ось OZ) межподрешеточной анизотропии получим, что одноузельный гамильтониан, получаемый при выделении среднего поля совпадает с гамильтонианом (3.3) и обозначениями (3.4) (с учетом замены $A \rightarrow \tilde{A}$). Следовательно, статические свойства изотропного и анизотропного негейзенберговских ферримагнетиков совершенно идентичны, т.е. в анизотропном негейзенберговском ферримагнетике реализуются те же FiM- и QFiM-фазы, линия фазового перехода между этими фазами и линия компенсации магнитных моментов подрешеток в QFiM-фазе определяются уравнениями (3.13) и (3.12), соответственно (с учетом замены $A \rightarrow \tilde{A}$), а фазовая диаграмма негейзенберговского ферримагнетика с анизотропным межподрешеточным обменным взаимодействием схематично изображена на рис.3.1.

3.2.2. Спектры элементарных возбуждений негейзенберговского ферримагнетика с изотропным межподрешеточным обменным взаимодействием

Как было отмечено в подразделе 3.2.1 анизотропия межподрешеточного обменного взаимодействия практически не меняет статические свойства исследуемой системы. Однако, такое несущественное, на первый взгляд, изменение гамильтониана межподрешеточного обменного взаимодействия вносит существенные изменения в динамику рассматриваемой системы.

Исследуем возбуждения в ферримагнетике вначале в FiM фазе. Используя связь операторов Хаббарда с операторами рождения и уничтожения магнонов (3.15) перепишем гамильтониан (3.23):

$$H = \sum \left\{ \tilde{\Omega}_a(k) a_k^+ a_k + \tilde{\Omega}_b(k) b_k^+ b_k + \tilde{\Omega}_c(k) c_k^+ c_k \right\}. \quad (3.24)$$

Как видно, гамильтониан (3.24) является диагональным в представлении операторов рождения и уничтожения магнонов. Следовательно, $\tilde{\Omega}_i$ ($i = a, b, c$) в (3.24) представляют спектры элементарных возбуждений первой и второй подрешеток, соответственно

$$\tilde{\Omega}_a = J_2(0) - J_2(k) - \frac{1}{4} |\tilde{A}(0)|, \quad (3.25)$$

$$\tilde{\Omega}_b(k) = 2J_2(0) - K_0 - K(k) + \frac{1}{2} |\tilde{A}(0)|, \quad (3.26)$$

$$\tilde{\Omega}_c = \frac{1}{2} \left(J_1(0) - J_1(k) - |\tilde{A}(0)| \right). \quad (3.27)$$

Ветви возбуждений (3.25) и (3.27) описывают «поперечные» ветви возбуждений первой и второй подрешеток, соответственно. Причем, при $\tilde{A} = 0$ они принимают стандартный вид изотропных, однодрешеточных магнетиков [22]. Ветвь (3.26), также как и для изотропного ферримагнетика, описывает «продольные» возбуждения первой подрешетки, связанной с влиянием биквадратичного обменного взаимодействия в этой подрешетке. Легко видеть, что эта ветвь возбуждений совпадает с «продольной» ветвью возбуждений (3.18) изотропного негейзенберговского ферримагнетика.

Как показали исследования свободной энергии, проведенный в подразделе (3.1.1) и анализ статических свойств, проведенный в (3.2.1), линия фазового перехода FiM-QfiM фаза определяется выражением (3.13). Анализ спектра (3.26)

«продольной» ветви возбуждений показывает, что эта ветвь теряет устойчивость при

$$2J_2(0) - 2K_0 + \frac{1}{2}|\tilde{A}(0)| = 0,$$

или в переменных (x, y) это соотношение имеет вид:

$$y = 4 - 4x,$$

которая совпадает с линией фазового перехода (3.13) (учитывая замену $A \rightarrow \tilde{A}$).

Рассмотрим теперь анизотропный негейзенберговский магнетик в области реализации QFiM фазы.

Используя явный вид параметров порядка и связь (3.23) операторов Хаббарда с операторами рождения и уничтожения магнонов, для гамильтониана системы в QFiM фазе получим:

$$\begin{aligned} H(k) = & \sum \left[B(k) a_k^+ a_k + C(k) (a_k a_{-k} + a_k^+ a_{-k}^+) \right] + \\ & + \sum \left[\tilde{B}(k) b_k^+ b_k + \tilde{C}(k) (b_k b_{-k} + b_k^+ b_{-k}^+) \right] + \\ & + \sum \tilde{B}(k) c_k^+ c_k \end{aligned} \quad (3.28)$$

где

$$B(k) = (2B_2^0 - \bar{H}_s \cos 2\alpha + B_2^0 \sin 2\alpha) - J_2(k), \quad C(k) = -\frac{1}{2}(J_2(k) - K(k)) \sin 2\alpha;$$

$$\tilde{B}(k) = 2(B_2^0 \sin 2\alpha - \bar{H}_s \cos 2\alpha) + (J_2(k) - K(k)) \cos^2 2\alpha - J_2(k);$$

$$\tilde{C}(k) = -\frac{1}{2}(J_2(k) - K(k)) \sin^2 2\alpha;$$

$$\tilde{B}(k) = \bar{H}_\sigma - \frac{1}{2} J_1(k), \quad \bar{H}_s = \frac{1}{4} A(0) - (J_2(0) - K(0)/2) \cos 2\alpha;$$

$$\bar{H}_\sigma = \frac{1}{2} A(0) \cos 2\alpha - J_1(0)/2, \quad B_2^0 = \frac{K(0)}{6}, \quad B_2^0 = \frac{K(0)}{6} \sin 2\alpha.$$

Применяя u - v преобразование Боголюбова к гамильтониану (3.28), получим спектры элементарных возбуждений:

$$\Omega_a^2(k) = \left(K(0) - J_2(k) + \frac{1}{4}|A(0)|\cos 2\alpha + (J_2(0) - K(0))\cos^2 2\alpha \right)^2 - \left(\frac{1}{2}\sin 2\alpha (J_2(k) - K(k)) \right)^2; \quad (3.29)$$

$$\Omega_b^2(k) = \left(K(0) - J_2(k) + \frac{1}{2}|A(0)|\cos 2\alpha + (2J_2(0) - 2K(0) - K(k) + J_2(k))\cos^2 2\alpha \right)^2 - \left(\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha (J_2(k) - K(k)) \right)^2; \quad (3.30)$$

$$\Omega_c(k) = -\frac{1}{2}(J_1(k) - J_1(0) - |A(0)|\cos 2\alpha) \quad (3.31)$$

Ветви (3.29) и (3.31), как и в FiM-фазе определяют спектры «поперечных» возбуждений первой и второй подрешеток, соответственно, а ветвь (3.30) описывает «продольные» возбуждения магнитного момента, связанные как с векторным параметром порядка, так и компонентами квадрупольного момента. Причем, ветви (3.29) - (3.31) при $\alpha \rightarrow 0$, т.е. при $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha \rightarrow 1$, идентичны со спектрами элементарных возбуждений в FiM-фазе. Также если энергетическую щель в спектре Ω_b приравнять нулю, то в длинноволновом пределе при $k \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$ получаем условие

$$|A(0)| = 4(K(0) - J(0)).$$

Это уравнение описывает ранее полученную линию фазового перехода между FiM- и QFiM- фазами. Что позволяет утверждать, что фазовый переход FiM-QFiM протекает именно по «продольной» ветви возбуждений и является переходом второго рода. На рисунке 3.4 приведен спектр «продольных» возбуждений негейзенберговского ферримагнетика с анизотропным межподрешеточным обменным взаимодействием в QFiM-фазе. На линии фазового перехода, в длинноволновом пределе ($k \rightarrow 0$), энергетическая щель в этом спектре возбуждений обращается в ноль.

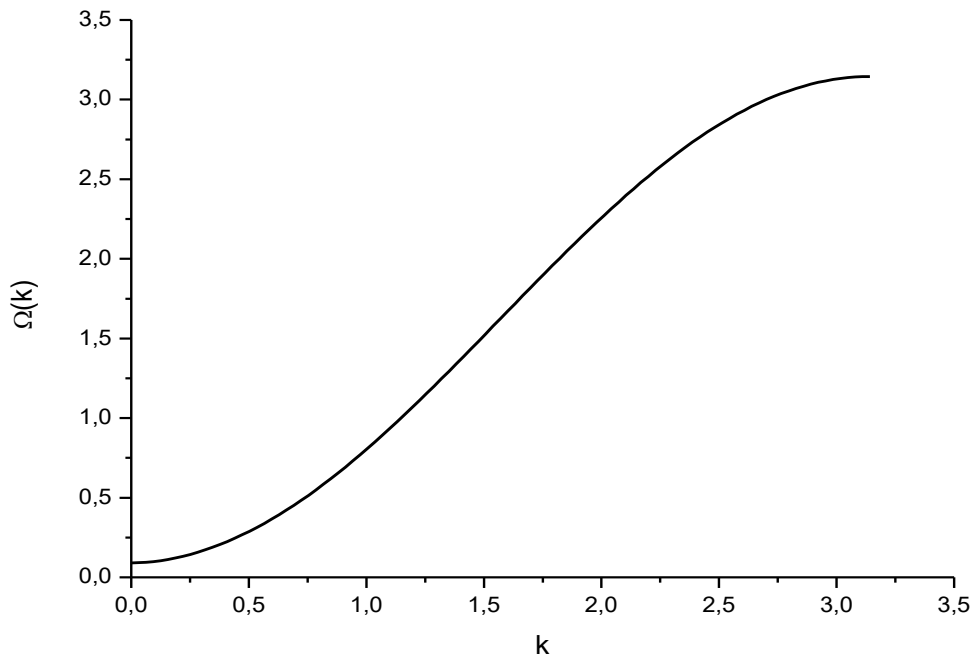


Рисунок 3.4. Спектр «продольной» ветви возбуждений $\Omega_b(k)$, негейзенберговского анизотропного (изинговского) ферримагнетика в QFiM-фазе при $J_1 = 1$; $J_2 = 1,5$; $K = 1,625$; $|A| = 0,2$.

Основные результаты третьего раздела

1. Впервые исследованы статические и динамические свойства ферримагнетика с учетом влияния высших спиновых инвариантов (биквадратичного обменного взаимодействия) в одной из подрешеток. Учет влияния биквадратичного обменного взаимодействия приводит к тому, что в ферримагнетике возможна реализация фаз как с дипольными параметрами порядка (ферримагнитная), так и тензорных фаз, которые характеризуются как дипольными, так и квадрупольными параметрами порядка. Необходимо отметить, что состояние спинового нематика в рассматриваемой системе не реализуется, поскольку подрешетка с билинейным обменным взаимодействием играет роль «подмагничивающего» поля, которое не позволяет «сократить» средний магнитный момент первой подрешетки до нуля.
2. Показано, что фазовый переход между дипольной фазой и тензорной фазой является фазовым переходом второго рода. Причем фазовая диаграмма для ферримагнетика с изотропным межподрешеточным обменным взаимодействием полностью эквивалентна фазовой диаграмме ферримагнетика с анизотропным (изингоподобным) межподрешеточным обменным взаимодействием.
3. Показано, что в области реализации квадрупольно-ферримагнитной фазы возможна линия компенсации магнитных моментов подрешеток. Наличие эффекта компенсации связано с квантовой редукцией спина первой подрешетки. Эффект квантового сокращения спина обусловлен влиянием большого биквадратичного взаимодействия (превосходящего билинейное обменное взаимодействие).
4. Показано, что как в изотропном негейзенберговском ферримагнетике, так и в системе с анизотропным межподрешеточным взаимодействием фазовый переход между ферримагнитной и квадрупольно-ферримагнитной фазами

протекает по «продольной» ветви возбуждений, связанной с квадрупольными параметрами порядка.

Заключение

В результате проведенных теоретических исследований негейзенберговских изотропных и обменно-анизотропных одно- и двухподрешеточных магнетиков можно сформулировать основные результаты, полученные в работе:

1. Впервые было показано, что в негейзенберговском ферромагнетике со сложной межионной анизотропией и спином магнитного иона $S=1$ возможна реализация нематического состояния особого типа – угловой нематической фазы. Кроме того, при определенных соотношениях материальных параметров возможна реализация и угловой ферромагнитной фазы.
2. Впервые показано, что в рассматриваемой модели негейзенберговского антиферромагнетика со сложной межионной анизотропией и спином магнитного иона $S=1$ возможна реализация так называемого углового ортогонально-нематического состояния (ON_{\angle}), имеющего специфический геометрический образ. Реализация этого состояния невозможна в изотропном негейзенберговском магнетике с $S=1$. Кроме этого состояния возможно существование еще двух ортогонально-нематических фаз (ON_1 и ON_2), которые в случае изотропного спинового нематика являются вырожденными.
3. Впервые показано, что понятие ориентационного фазового перехода справедливо для систем как с дипольными, так и тензорными компонентами параметра порядка. Анализ динамически и статических свойств системы в случае реализации ортогонально-нематических фаз продемонстрировал, что фазовые переходы между ортогонально-нематическими фазами при изменении материальных параметров магнетика по своему характеру близки к ориентационным фазовым переходам.

4. Впервые исследованы динамические и статические свойства негейзенберговского ферримагнетика как с изотропным, так и анизотропным межподрешеточным обменным взаимодействием. Учет влияния биквадратичного обменного взаимодействия в одной из подрешеток приводит к тому, что в ферримагнетике возможна реализация фаз как с дипольными параметрами порядка (ферримагнитная), так и фаз, которые характеризуются как дипольными, так и квадрупольными параметрами порядка (квадрупольно-ферримагнитная). Определены линия фазового перехода и линия потери устойчивости. Показано, что фазовый переход ферримагнитная – квадрупольно-ферримагнитная фаза является фазовым переходом второго рода, и протекает по продольной ветви элементарных возбуждений.
5. Показано, что как в изотропном негейзенберговском ферримагнетике, так и в системе с анизотропным межподрешеточным взаимодействием состояние спинового нематика в рассматриваемой системе не реализуется, поскольку подрешетка с билинейным обменным взаимодействием играет роль «подмагничивающего» поля, которое не позволяет «сократить» средний магнитный момент первой подрешетки до нуля.

Благодарности

Автор выражает искреннюю признательность научному руководителю и наставнику Фридману Юрию Анатольевичу за поддержку на всех этапах выполнения работы, постановку задач, терпение и требовательность, за веру в успех научных начинаний.

Также хочу поблагодарить своих соавторов Космачева Олега Александровича, Клевца Филиппа Николаевича, Гореликова Геннадия Александровича, Мелешко Александра Геннадьевича за обмен опытом и плодотворное сотрудничество.

Благодарю ведущую организацию – Челябинский Государственный Университет за внимание к моей работе, а также коллектив кафедры теоретической физики Физико-технического института за оказанное внимание профессорско-преподавательского состава к научной деятельности и создание благоприятной среды для проведения исследований.

Литература

1. Вонсовский С.В. Магнетизм / С. В. Вонсовский // М.: Наука.- 1971. – С. 1032
2. Heisenber W. Zur Theorie des Ferromagnetismus / W. Heisenber // Zeitschrift für Physik. - 1928. - Vol. 49. - № 9-10. - P. 619-636
3. Андреев А.Ф. Симметрия и макроскопическая динамика магнетиков / А.Ф.Андреев, В.И. Марченко // Успехи физических наук. - 1980. - Т.130. - № I. - С. 37-63
4. Andreev A.F. Spin nematics / A.F. Andreev, I.A. Grishchuk // Soviet Physics JETP. – 1984. - Vol.60. - №87.- P. 467-475
5. Нагаев Э.Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями / Э.Л. Нагаев // М.: Наука. - 1988. – С. 232
6. Локтев В. М. Особенности статики и динамики магнитных диэлектриков с одноионной анизотропией / В. М. Локтев, В. С. Островский // Физика низких температур. – 1994. – Т. 20. – С. 983-1016.
7. Нагаев Э.Л. Аномальные магнитные структуры и фазовые переходы в негейзенберговских магнетиках / Э.Л. Нагаев // Успехи Физических Наук. – 1982. – Т. 136. – С. 61-103.
8. Läuchli A. Spin nematics correlations in bilinear-bicquadratic $S=1$ spin chain / A. Läuchli, G. Schmid, S. Trebst // Physical Review B. – 2006. – Vol. 74. – P. 144426.
9. Гинзбург С.Л. Спиновые волны в анизотропном ферромагнетике / С.Л. Гинзбург // Физика твердых тел. – 1970. – Т. 12. - №6. – С. 1805-1809.
10. Hsieh Y. Y. Excitation in magnetic systems with a singlet ground state / Y. Y. Hsieh, M. Blume // Physical Review B. – 1972. –Vol. 8. – P. 2684.
11. Матвеев В.М. Квантовый квадрупольный магнетизм и фазовые переходы при биквадратном обмене / В.М. Матвеев // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1973. – Т. 65. – С. 1626-1636.

12. Онуфриева Ф.П. Exact solution of the one-ion problem for a magnet with one-ion anisotropy in a field of arbitrary direction / Ф.П. Онуфриева // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1981. – Т. 80. – С. 2372-2379.
13. Онуфриева Ф.П. Динамическая теория немагнитной фазы синглетных магнетиков / Ф.П. Онуфриева // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1988. – Т. 94. – С. 232.
14. Переломов А. М. Обобщенные когерентные состояния и некоторые их применения / А. М. Переломов // Успехи Физических Наук. – 1977. – Т. 123. – С. 23-55.
15. Perelomov A. Generalized Coherent States and Their Applications / A.Perelomov // Berlin: Springer-Verlag. - 1986. - P. 80.
16. Ахиезер А И. Спиновые волны / А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский // М.: Наука. - 1967. – С. 368
17. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // М.: Теоретическая физика. - 1982. –Т. 8. – С. 620
18. Ivanov B.A. Effective field theory for the S=1 quantum nematic / B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk // Physical Review B. – 2003. – Vol. 68. – P. 052401.
19. Де Жен П. Физика жидких кристаллов / Де Жен П. // М.: Мир.- 1977. – С. 396
20. Chubucov A.V. Fluctuations in spin nematics / A.V. Chubucov // Journal of Physics: Condens Matter. – 1990. – Vol. 2. – P. 1593.
21. Papanikolaou N. Unusual phases in quantum spin-1 systems / N. Papanikolaou // Nuclear Physics. – 1988. – Vol. 305. – P. 367-395.
22. Fridman Yu.A. Spinnematic and orthogonal nematic states in S=1 non Heisenberg magnet / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2013. – Vol.325. – P. 125.
23. Läuchli A. Quadrupolar phases of the S=1 bilinear-biquadratic Heisenberg model on the triangular lattice / A. Läuchli, F. Mila, K. Penc. // Physical Review Letters – 2006. – Vol. 97. – P. 229901.

24. Smerald A. Theory of spin excitations in a quantum spin-nematic state / A. Smerald, N. Shannon // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 88. – P. 184430.
25. Buchta K. Probable absence of a quadrupolar spin-nematic phase in the bilinear-bicvadratic spin-1 chain / K. Buchta, G. Fath, . Legeza, J. Solyom // *Physical Review B*. – 2005. – Vol. 72. – P. 054433.
26. Stamper-Kurn D.M. Optical confinement of a Bose-Einstein condensate / D.M. Stamper-Kurn, M.R. Andrews, A.P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Meisner, J. Stenger, W. Ketterle // *Physical Review Letters*. – 1998. – Vol. 80. – P. 2027.
27. Imambekov A. Spin-exchange interactions of spin-one bosons in optical lattices: singlet, nematic, dimerized phases / A. Imambekov, M. Lukin, E. Demler // *Physical Review A*. – 2003. – Vol. 68. – P. 063602.
28. Shoenk M. Microscopic wave functions of spin-singlet and nematic Mott states of spin-one bosons in high-dimensional bipartite lattices / M. Shoenk, F. Zhou // *Physical Review B*. – 2004. – Vol. 69. – P. 094410.
29. Fridman Yu.A. The influence of external magnetic field on phase states and spectra of coupled magnetoelastic waves in a biaxial non-Heisenberg ferromagnet / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2001. – Vol. 236. – P. 272.
30. Chen H.H. Dipole and Quadrupole Phase Transitions in Spin-1 Models / H.H. Chen, Peter M. Levy // *Physical Review B*. – 1973. – Vol. 7. – P. 4267.
31. Калита В.М. О магнитных фазовых переходах типа смещения при спиновом упорядочении в магнетиках с сильной одноионной анизотропией / В.М. Калита, В.М. Локтев // *Физика Твёрдого Тела*. – 2003. – Т. 45. – С. 1450-1455.
32. Дьяконов В. П. Индуцированные магнитным полем фазовые переходы в синглетных магнетиках с ферромагнитным обменом / В.П. Дьяконов, Э.Е. Зубов, Ф.П. Онуфриева, А.В. Сайко, И.М. Фита // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1987. – Т. 93. – С. 1775.
33. Иванов Б.А. О нелинейной динамике и релаксации сильноанизотропных ферромагнетиков / Б.А. Иванов, А.Н. Кичижиев, Ю.Н.

Мицай // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.– 1992.– Т. 102. – С. 618.

34. Островский В.С. О нелинейной динамике сильноанизотропных магнетиков со спином $S=1$ / В.С. Островский // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.– 1986.– Т. 91. – С. 91.

35. Калита В.М. Квантовые эффекты при намагничивании легкоосного ферромагнетика с $S=1$ / В.М. Калита, И.М. Иванова, В.М. Локтев // Теоретическая и математическая физика. –2012. – Т. 173. - С. 333.

36. Калита В.М. Особенности намагничивания антиферромагнетика с одноионной анизотропией типа «легкая плоскость» и со спинами ионов $S=1$ / В.М. Калита, И.М. Иванова, В.М. Локтев // Физика низких температур – 2002. – Т. 28. – С. 667.;

37. Калита В.М. Многоподрешеточная магнитная фаза, индуцированная внешним полем в синглетном магнетике / В.М. Калита, В.М. Локтев // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2004. – Т. 125. – С. 1149-1158.

38. Blume M. Ising model for the λ transition and phase separation in $\text{He}^3\text{-He}^4$ mixtures / M. Blume, V.J. Emery, R.B. Griffiths // Physical Review A. – 1971. – Vol. 10. – P. 1071.

39. Schick M. Spin-1 model of a microemulsion. / Schick M., Shih W.-H. // Physical Review B – 1987. - Vol. 34. – P. 1797–1801.

40. Kivelson S. A. Doped antiferromagnets in the weak-hopping limit. / Kivelson S. A., Emery V. J., Lin H. Q. // Physical Review B – 1990. - Vol. 42. – P. 6523–6530.

41. Fridman Y.A. Phase states of an $s = 1$ magnet with anisotropic exchange interactions / Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, P.N Klevets // Journal of magnetism and magnetic materials. - 2008. – Vol.320. - № 3-4. - p. 435-449.

42. Фридман Ю.А. Фазовые переходы в ферромагнетике с анизотропным биквадратичным обменным взаимодействием / Ю.А. Фридман, О.А. Космачев, Ф.Н. Клевец // Физика низких температур. - 2006. - №32. - С. 289.

43. Sayko P.A. Axial quadrupole phase of a uniaxial spin-1 magnet / P.A. Sayko, I.P. Shapovalov // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* – 2015. – Vol. 392. - P. 134.
44. Шаповалов І. Ферромагнітна фаза одновісного магнетика у присутності анізотропної біквадратичної обмінної взаємодії / І. Шаповалов // *Український Фізичний Журнал* – 2010.- Vol. 55.- P. 307.
45. Б.А. Иванов. Сверхбыстрая спиновая динамика и спинтроника для ферромагнетиков, близких к точке компенсации спина / Б.А. Иванов // *Физика низких температур*. – 2019. - Т. 45. - С. 1095–1130.
46. Bigot J.-Y. Coherent ultrafast magnetism induced by femtosecond laser pulses / J.-Y. Bigot, M. Vomir, E. Beaurepaire // *Nature Physics*. – 2009.– Vol. 5.– P. 515.
47. Kirilyuk A. Ultrafast optical manipulation of magnetic order/A. Kirilyuk, A.V. Kimel, Th. Rasing// *Rev. Mod. Phys.*– 2010.– Vol. 82.– P. 2731.
48. Huang P.-C. Polarization control of isolated high-harmonic pulses / P.-C. Huang, C. Hernandez-Garcia, M.-C. Chen // *Nature Photonics*. – 2018.– Vol. 12.– P. 349.
49. Radu I. Transient ferromagnetic-like state mediating ultrafast reversal of antiferromagnetically coupled spins / I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm et al. // *Nature Communications*.– 2011.– Vol. 472.– P. 205.
50. Ostler T.A. Ultrafast heating as a sufficient stimulus for magnetization reversal in a ferrimagnet / T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans et al. // *Nature Communications*.– 2012.– Vol. 3.– P. 666.
51. Барьяхтар В.Г. Обменная релаксация как источник сверхбыстрой переориентации спинов в ферромагнетике с двумя подрешетками / В.Г. Барьяхтар, В.И. Бутрим, Б.А. Иванов // *Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*.– 2013.– Т. 98. – С. 327.
52. Mentink J.H. Ultrafast spin dynamics in multisublattice magnets / J.H. Mentink, J. Hellsvik, D.V. Afanasiev et al. // *Physical Review Letters*.– 2012.– Vol. 108.– P. 057202.

53. Gomonay H. V. Spintronics of antiferromagnetic systems (Review Article) / H. V. Gomonay, V. M. Loktev // *Low Temperature Physics*. – 2014.- Vol.40. – P. 22-47
54. Baltz V. Antiferromagnetic spintronics / V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak // *Reviews of Modern Physics*. – 2018. - Vol. 90. - P 015005
55. Jungfleisch M. B. Perspectives of antiferromagnetic spintronics / M. B. Jungfleisch, W. Zhang, A. Hoffmann // *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*. – 2018. – Vol.382. - P 865-871
56. Gomonay H.V. Spin transfer and current-induced switching in antiferromagnets / H.V. Gomonay, V.M. Loktev // *Physical review b: condensed matter and materials physics*. -2010. – Vol. 81 – P. 144427.
57. Tretiakov O.A. Dynamics of Domain Walls in Magnetic Nanostrips / O.A. Tretiakov, D. Clarke, G.-W. Chern, Y.B. Bazaliy, O. Tchernyshyov // *Physical review letters*. – 2008.- Vol.100. – P. 127204.
58. Galkina E.G. Chirality tunneling and quantum dynamics for domain walls in mesoscopic ferromagnets / B.A. Ivanov, S. Savel'ev, F.Nori // *Physical review b: condensed matter and materials physics*. - 2008. – Vol. 77. - P. 134425.
59. Gomonay O. High antiferromagnetic domain wall velocity induced by Néel spin-orbit torques / O.Gomonay, T. Jungwirth., J. Sinova // *Physical review letters*. - 2016. –Vol. 117. - P. 117202.
60. Galkina E.G. Dynamic solitons in antiferromagnets (review article) / E.G . Galkina , B.A . Ivanov // *Low temperature physics*. - 2018. – Vol. 44. -№7. - P. 618-633.
61. Cheng R. Terahertz Antiferromagnetic Spin Hall Nano-Oscillator / R Cheng, D. Xiao, A. Brataas // *Physical review letters*. -2016. – Vol. 116. -P 207603
62. Khymyn R. Antiferromagnetic THz-frequency Josephson-like Oscillator Driven by Spin Current / R. Khymyn, I. Lisenkov, V. Tyberkevych, B. A. Ivanov, A. Slavin // *Sci. Rep.* – 2017. – Vol.7. - P 43705

63. Ivanov B.A. Nonlinear magnetization waves in ferrites / B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii // Journal of Experimental and Theoretical Physics. - 1983. – Vol.84. -№1. - P. 214-219.

64. Kim K.-J. Ono Fast domain wall motion in the vicinity of the angular momentum compensation temperature of ferrimagnets / K.-J. Kim, S.K. Kim, Y. Hirata, Se-Hyeok Oh, T. Tono, D.-H. Kim, T. Okuno, W. S. Ham, S. Kim, G. Go, Y. Tserkovnyak, A. Tsukamoto, T. Moriyama, K.-J. Lee // Nature Mater. – 2017 - Vol. 16. – P. 1187.

65. Галкина Е.Г. Предельная скорость и закон дисперсии доменных стенок в ферримагнетиках, близких к точке компенсации спина / К.Э. Заспел, Б.А.Иванов, Н.Е. Кулагин, Л.М. Лерман // Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики. - 2019. – Т.110. -№7. - С. 474-480.

66. Kim S. K. Fast Vortex Oscillations in a Ferrimagnetic Disk near the Angular Momentum Compensation Point / S. K. Kim, Y. Tserkovnyak // Applied physics letters. - 2017. – Vol. 111. -№3. - P. 032401.

67. Zaspel C.E. High-Frequency Current-Controlled Vortex Oscillations in Ferrimagnetic Disks / C.E. Zaspel ,E.G. Galkina, B.A. Ivanov // Physical Review Applied . – 2019. – Vol. 12. – P. 044019.

68. Lisenkov I. Subterahertz ferrimagnetic spin-transfer torque oscillator / I.Lisenkov, R. Khymyn, J. Akerman, N. X. Sun, B. A. Ivanov // Physical Review B. – 2019. – Vol. 100. - P 100409

69. Fridman Yu. A. Quantum effects in an anisotropic ferrimagnet / Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev // Magnetism and Ferroelectricity. - 2009. –Vol.51. - №7. - P. 1167–1171.

70. Moriya T. Theory of magnetism of nif2 / T. Moriya // Physical Review journals archive. – 1960. – Vol. 117. – P. 635

71. Mitsay Yu.N. Influence of a one-ion anisotropy on stabilization of the long-range magnetic order in two-dimentional ferromagnet / Yu.N. Mitsay, Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, M.S. Kochmanski // Acta Phys. Pol. – 2000. – Vol. 97.– P. 355.

72. Galkina E.G. Longitudinal magnetization reversal in ferromagnets with Heisenberg exchange and strong single-ion anisotropy/ E.G. Galkina, V.I. Butrim, Yu.A. Fridman et al. // *Physical Review B*. – 2013.– Vol. 88.– P. 144420.

73. Galkina E.G. Longitudinal spin dynamics in nickel fluorosilicate / E.G.Galkina, B.A.Ivanov, V.I. Butrim // *Low Temperature Physics*. - Vol.40. - №7. – P. 635-640.

74. Chubukov A. V. Quantum ferrimagnetism /A. V. Chubukov, K. I. Ivanova, P. Ch. Ivanov, E. R. Korutcheva // *J.Phys.: Condens. Matter* – 1991. – Vol. 3. – P. 2665.

75. Андреев А.Ф. Спиновые нематики / А. Ф. Андреев, И. А. Грищук // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1984. – Т. 87. – С. 467-475.

76. Bar'yakhtar V. G. Dynamics and relaxation in spin nematics / V. G. Bar'yakhtar, V. I. Butrim, A. K. Kolezhuk, B. A. Ivanov // *Phys. Rev. B*. – 2013. – Vol.87. – P. 224407

77. Barnett R. Classifying Novel Phases of Spinor Atoms / R. Barnett, A. Turner, E. Demler // *Phys. Rev. Lett*. – 2006. – Vol. 97. P. 180412

78. Kolezhuk A. K. Spinon signatures in the critical phase of the (1, 1/ 2) ferrimagnet in a magnetic field / A. K. Kolezhuk, H.-J Mikeska, K. Maisinger, U. Schollwöc. // *Physical review B covering condensed matter and materials physics*. - 1999. – Vol.59. -№21. - P. 13565-13568.

79. Kolezhuk A.K. Shoji Yamamoto Matrix-product-states approach to Heisenberg ferrimagnetic spin chains / A.K.Kolezhuk, H-J. Mikeska // *Physical Review B*. - 1997. – Vol.55.-№6. - P. R3336-R3339 .

80. Fridman Yu.A. Stabilization of the long-range magnetic ordering by dipolar and magnetoelastic interactions I two-dimensional ferromagnets / Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, C.N. Alexeyev, and D.A. Matiunin // *European Physical Journal B*. – 2002. – Vol. 26. – P. 185-190.

81. Fridman Yu.A. Spin waves in two-dimensional ferromagnet with large easy-plane anisotropy / Yu.A. Fridman, D.V. Spirin // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2002. – Vol. 253. – P. 111-117.

82. Космачев О.А. Двухподрешеточный негейзенберговский магнетик $s = 1$ со сложной межионной анизотропией / О.А. Космачев, А.В.Кривцова, Ю.А.Фридман // Журнал экспериментальной и теоретической физики. - 2018. – Т.154.- №2. - С. 382-391

83. Гореликов Г.А. Динамические и статические свойства негейзенберговского магнетика со сложной межионной анизотропией / Г.А. Гореликов, О.А. Космачев, А.В. Кривцова, Ю.А. Фридман // Физика твердого тела.– 2017. – Т. 59. – С. 491.

84. Fridman Yu.A. Influence of the mechanic boundary conditions on the dynamic and static properties of the ferromagnet with competing anisotropies / Yu.A. Fridman, G.A. Gorelikov, A.G. Meleshko, A.V. Krivtsova // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2014. – Vol. 361. – P. 50-56.

85. Кривцова А.В. Негейзенберговский анизотропный ферромагнетик / А. В. Кривцова, Я. Ю. Матюнина, Ю. А. Фридман // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2020. – Т. 158. – С. 334–344;

86. A.V.Krivtsova Isotropic non-heisenberg magnet with two sublattices (1, 1/2): statics and dynamics / A.V.Krivtsova, Ia.Yu.Matiunina, E.A.Polyanskaya, O.A.Kosmachev, Yu.A.Fridman // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2020. – Vol. 513/ - P. 167-178.

87. Haldane F.D.M. Nonlinear Field Theory of Large-Spin Heisenberg Antiferromagnets: Semiclassically Quantized Solitons of the One-Dimensional Easy-Axis Néel State / F.D.M. Haldane // Physical review letters. - 1983. -Vol.50. - №15. - P. 1153-1156.

88. Haldane F.D.M. Continuum dynamics of the 1-d heisenberg antiferromagnet: identification with the O(3) nonlinear sigma model / F.D.M. Haldane // Physical review letters. - 1983. –Vol.93. - №9. - P. 464-468.

89. Fridman Yu.A. Formation of quadrupolar phase in non-heisenberg ferromagnets with half-integer spin / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, D.V. Spirin // Physica B.– 2005.– Vol. 357.– P. 478.

90. Fridman Yu. A. Spin nematic and antinematic state in a spin $S=3/2$ isotropic non-Heisenberg magnet / Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk and B. A. Ivanov // Physical review letters. – 2011. – V. 106. – P. 097202.
91. Sellmyer D.J. Advanced Magnetic Nanostructures / David J. Sellmyer, Ralph Skomski // Springer Science + Business Media Inc: USA. - 2006. – P. 514
92. Stevens H. Matrix elements and operator equivalents connected with the magnetic properties of rare earth ions / H. Stevens // Proc. Phys. Soc. -1952 - A 65 – P. 209.
93. Фридман Ю.А. Влияние магнитоупругого взаимодействия на формирование пространственно неоднородной фазы в двумерных ферромагнетиках / Ю.А. Фридман, Д.В. Спирин, Ф.Н. Клевец // Физика Низких Температур. – 2003. – Т. 29. – С. 418.
94. Вальков В.В. Унитарные преобразования группы $U(N)$ и диагонализация многоуровневых гамильтонианов / В.В. Вальков // Теоретическая и Математическая Физика. – 1988. – Т. 76. – С. 143.
95. Зайцев Р.О. Обобщенная диаграммная техника и спиновые волны в анизотропном ферромагнетике / Р.О. Зайцев // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1975. – Т. 68 – С. 207
96. Барьяхтар В.Г. Функции Грина в теории магнетизма / В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский // К.: Наукова думка. - 1984. – С.336
97. Космачев О.А. Динамические свойства магнетиков со спином $S=3/2$ и негейзенберговским изотропным взаимодействием / О.А. Космачев, Ю.А. Фридман, Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2015. –Т. 147. – С. 320.
98. Вакс В.Г. Термодинамика идеального ферромагнетика / В.Г. Вакс, А.И. Ларкин, С.А. Пикин // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1967. – Т. 53. – С. 281.
99. Вальков В.В. Квантовая спин-волновая теория ферромагнетиков с произвольным видом одноионной анизотропии / В.В. Вальков, Т.А. Валькова,

С.Г. Овчинников // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1985. – Т. 88. – С. 550.

100. Chubukov A. V. Quantum ferrimagnetism / A. V. Chubukov, K. I. Ivanova, P. Ch. Ivanov, E. R. Korutcheva // Journal of Physics: Condensed Matter – 1991. – Vol. 3. – P. 2665.

101. Шаповалов И. П. Квадрупольная фаза в магните с анизотропным биквадратичным обменом / И. П. Шаповалов // Украинский журнал физики. - 2008. – Т. 53. - №7. - С. 651-658.

102. Вальков В.В. Влияние сильного кристаллического поля на спектральные свойства магнетиков с биквадратичным обменом / В.В. Вальков, Г.Н. Мацулева, С.Г. Овчинников // Физика твердого тела. – 1989. – Т. 31. – С. 60.

103. Калита В. М. Описание ферромагнитных свойств системы с $S = 1$ с учётом негейзенберговского изотропного обмена / В. М. Калита // Физика Твёрдого Тела. – 1991. – Т. 33. – С. 1940.

104. Онуфриева Ф.П. Низкотемпературные свойства спиновых систем с тензорным параметром порядка / Ф.П. Онуфриева // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1985. – Т. 89. – С. 2270-2287.

105. Klevets Ph.N. Supersolid magnetic phase realization in strongly anisotropic easy-plane antiferromagnet with Ising-like exchange interaction in the transverse magnetic field/ Ph.N. Klevets, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman// Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2013.– Vol. 348. - P. 68.

106. Марченко В.И. К теории обменной симметрии / В.И. Марченко // Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1988. – Т. 48. – С. 387.

107. Вальков В.В. Операторы Хаббарда и спин- волновая теория гейзенберговских магнетиков с произвольным спином / В.В. Вальков, С.Г. Овчинников // Теоретическая и математическая физика.– 1982.– Т 50.– Р. 466.

108. Иванов Б.А. Сверхбыстрая спиновая динамика и спинтроника для ферримагнетиков, близких к точке компенсации спина / Б.А. Иванов // Фізика низьких температур. – 2019. - Т. 45. - № 9. С. 1095–1130.

109. López-Flores V. Role of critical spin fluctuations in ultrafast demagnetization of transition-metal rare-earth alloys / V. López-Flores, N. Berggaard, V. Halté et al. // *Physical Review B*.– 2013.– Vol. 87.– P. 214412.

110. Schellekens A.J. Microscopic model for ultrafast magnetization dynamics of multisublattice magnets / A.J. Schellekens, B. Koopmans // *Physical Review B*.– 2013.– Vol. 87.– P. 020407(R).

111. Wienholdt S. Orbital-resolved spin model for thermal magnetization switching in rare-earth-based ferrimagnets / S. Wienholdt, D. Hinzke, K. Carva et al. // *Physical Review B*.– 2013.– Vol. 88.– P. 020406(R).

112. E. L. Nagaev, *Magnets with Complex Exchange Interactions* [Russian translation] (Nauka, Moscow, 1988).

113. E.L. Nagaev, A.A. Kovalenko, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 79 (1980) 907.

114. Nagaev E.L. Anomalous magnetic structures and phase transitions in non heisenberg magnetic materials / E.L. Nagaev // *Soviet physics uspekhi*. - 1982. – Vol.25. -№1. - P. 31-57.

115. Вальков В.В. Применение индефинитной метрики для бозанизации $SU(3)$ – гамильтонианов и квантовая теория спиновых нематиков / В.В. Вальков, Т.А. Валькова // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 1991. – Т. 99. – С. 1881-1897.

116. Chubukov A.V. Fluctuations in spin nematics // *Journal of physics: condensed matter*. - 1990. – Vol.2. -№6. - P. 1593-1608.

117. Вальков В.В. Применение индефинитной метрики при переходе от атомного к бозевскому (бозевско-фермиевскому) представлению квантовых гамильтонианов / Вальков В.В., Валькова Т.А. – Красноярск, 1990. – 46 с. – (Препринт / ИФ СО АН СССР, № 644Ф).